

**Mục lục**

CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN (HS) .....	2
BÀI 1. NGUYÊN HÀM .....	2
BÀI 2. TÍCH PHÂN .....	8
BÀI 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍCH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG.....	11
CHƯƠNG V. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG (GV).....	15
BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG .....	15
BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG ...	17

## CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM-TÍCH PHẦN (HS)

## BÀI 1. NGUYÊN HÀM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x$ . Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$ . B.  $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ . C.  $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$ . D.  
 $F_4(x) = 3x^3 + x^2$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $F_1(x) = \frac{x^2}{2} + \sqrt{x}$ . B.  $F_2(x) = \frac{x^2}{2} - \sqrt{x}$ .  
 C.  $F_3(x) = \frac{x^2}{2} + 2\sqrt{x}$ . D.  $F_4(x) = \frac{x^2}{2} - 2\sqrt{x}$ .

**Câu 3:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5x^4 - 8x^3 - 6x$  là

- A.  $F(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C$ . B.  $F(x) = x^5 - x^4 - x^2 + C$ .  
 C.  $F(x) = x^5 - 4x^4 - 2x^2 + C$ . D.  $F(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^2 + C$ .

**Câu 4:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$  thỏa mãn  $F(1) = -2024$  là

- A.  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + \frac{5}{12}$ . B.  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x - \frac{1}{12}$ .  
 C.  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + \frac{1}{12}$ . D.  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x - \frac{5}{12}$ .

**Câu 5:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = (2x - 3)^2$  thỏa mãn  $F(-1) = -17$  là

- A.  $\frac{(2x-3)^3}{3} + \frac{4}{3}$ . B.  $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x - \frac{2}{3}$ .  
 C.  $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{8}{3}$ . D.  $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{2}{3}$ .

**Câu 6:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ .

- A.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$ . B.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$ .  
 C.  $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$ . D.  $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$ .

**Câu 7:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2025^x$  là

- A.  $F(x) = x \cdot 2025^{x-1}$ . B.  $F(x) = 2025 \cdot 2024^x$ .  
 C.  $F(x) = 2025^x \cdot \ln 2025$ . D.  $F(x) = \frac{2025^x}{\ln 2025}$ .



**Câu 19:** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + 2\cos x$  biết  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  là

- A.  $F(x) = -2\sin x - \cos x + 2$ .
- B.  $F(x) = 2\sin x - \cos x + 2$ .
- C.  $F(x) = \sin x - 2\cos x - 2$ .
- D.  $F(x) = 2\sin x - \cos x - 2$ .

**Câu 20:** Một quả bóng được ném lên từ độ cao  $20m$  với vận tốc được tính bởi công thức sau đây  $v(t) = -10t + 16 (m/s)$ . Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian  $t$ ?

- A.  $h(t) = -5t^2 + 16t + C$ .
- B.  $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$ .
- C.  $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$ .
- D.  $h(t) = 5t^2 - 16t + C$ .

**Câu 21:** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $70km/h$  thì hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30 (m/s)$ . Tính quãng đường ô tô đi được sau 3 giây kể từ khi hãm phanh?

- A.  $51(m)$ .
- B.  $43(m)$ .
- C.  $54(m)$ .
- D.  $45(m)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 4x^3 - 6x$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(0) = 2$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $F(x) = f'(x)$ .
- b)  $F'(x) = f(x)$ .
- c)  $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ .
- d)  $F(1) = 3$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = 3$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $\int f(x)dx = 3x + C$ .
- b)  $\int [f(x) + x]^2 dx = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$
- c) Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Biết  $F(1) = 1$  Thì  $F(x) = 3x - 1$ .
- d) Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 14590$  khi  $F(1) = 1$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 4x + 5$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Biết  $F(1) = 3$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $\int (x^3 - 4x + 5)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x + C$ .
- b)  $F(0) = 2$
- c)  $\int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 2x^2 + 9x + C$
- d)  $\int f(x+1)dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

**Câu 4:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x) = e^x - 2x$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $F'(0) = 0$ .
- b)  $F(1) = e - 1$ .

c)  $\int F(x)dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C.$

d)  $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

**Câu 5:** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $\int \sin x dx = \cos x.$

b)  $\int \cos x dx = \sin x + C.$

c)  $\tan x + 1$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{1}{\cos^2 x}.$

d)  $\cot(x+1)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = -\frac{1}{\sin^2 x}.$

**Câu 6:** Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau  $t$  năm được xác định bởi hàm số  $S(t)$  (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi  $S'(t) = 1,2698.e^{0,014t}$ , với  $t$  là số năm kể từ năm 2014,  $S'(t)$  tính bằng triệu người/ năm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $S(t)$  là một nguyên hàm của  $S'(t)$

b)  $S(t) = 90,7.e^{0,014t} + 90,7$

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/ năm) khoảng 1,7 triệu người/ năm

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người/ năm

**Câu 7:** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = 4\cos t$  (m/s<sup>2</sup>). Tại thời điểm bắt đầu chuyển động vật có vận tốc bằng 0. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số  $v(t) = 4\cos t$  (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{6}$  là 2(m/s)

c) Tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{4}$ (s) sau khi xuất phát thì vận tốc của vật là  $\sqrt{2}$ (m/s)

d) Gia tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{4}$  (s) là  $2\sqrt{2}$  (m/s<sup>2</sup>)

**Câu 8:** Một chiếc xe đang chuyển động đều với tốc độ  $v_0 = 15m/s$  thì gặp chướng ngại vật rồi phanh gấp với gia tốc không đổi là  $a = -3m/s^2$ . Kí hiệu  $v(t)$  là tốc độ của xe,  $a(t)$  là gia tốc xe,  $s(t)$  là quãng đường xe đi được cho đến thời điểm  $t$  giây kể từ lúc phanh xe. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $v(t) = a'(t).$

b)  $a(t) = s''(t).$

c) Tính từ lúc phanh xe, sau 4 giây thì xe dừng hẳn.

d) Quãng đường xe đi được tính từ lúc phanh xe đến khi dừng hẳn nằm trong khoảng từ 35 mét đến 40 mét.

**Câu 9:** Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, kí hiệu  $f(t)$  là tổng số lượng vi sinh vật sau  $t$  giờ. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ  $f'(t) = t^2 - 8t$  (con/giờ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Họ nguyên hàm của  $f'(t)$  là  $\frac{t^3}{3} - 8t^2 + C$  ( $C \in \mathbb{R}$ ).

b) Số lượng vi khuẩn tăng liên tục trong khoảng từ 3 giờ đến 10 giờ sau thời điểm làm thí nghiệm.

c) Số lượng vi khuẩn là nhỏ nhất sau 8 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

d) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn là 5 con.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 4\sin 2x + \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = -2$ . Biết

$F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(\pi) = 3$ , khi đó  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2:** Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ  $1^\circ\text{C}$ . Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm  $t$  phút ( $0 \leq t \leq 5$ ) được cho bởi hàm số  $f(t) = 3t^2$  ( $^\circ\text{C}/\text{phút}$ ). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm  $t$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t)$ . Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

**Câu 3:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(2)$

(làm tròn đến hàng phân chục).

**Câu 4:** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  giây. Cho  $h'(t) = 6at^2 + 2bt$  và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là  $90 \text{ m}^3$  và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là  $504 \text{ m}^3$ . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

**Câu 5:** Một đàn con trùng, ở ngày thứ  $t$  có số lượng là  $K(t)$ . Biết  $K'(t) = \frac{4000}{1 + \frac{t}{2}}$  và ban đầu đàn côn

trùng có 50.000 con. Hỏi sau 10 ngày thì đàn có khoảng bao nhiêu con? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 6:** Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu là  $5(m/s)$  và có gia tốc được xác định bởi công thức  $a(t) = \frac{2}{t+1}(m/s^2)$ . Tính vận tốc của vật tại giây thứ 20 (là tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 7:** Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc  $15\text{m/s}$  thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -3t + 15(m/s)$ , trong đó  $t$  (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

**Câu 8:** Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 24,5 - 9,8t(m/s)$ .

Tính quãng đường (mét) viên đạn đi sau 2 giây đầu.

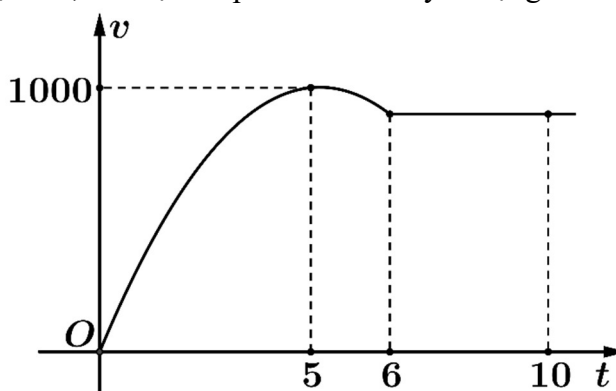
**Câu 9:** Cường độ dòng điện trong một dây dẫn tại thời điểm  $t$  giây là:

$$I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5,$$

Với  $Q(t)$  là điện lượng truyền trong dây dẫn tại thời điểm  $t$ . Biết khi  $t = 1$  giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là  $Q(1) = 4$ . Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi  $t = 3$ .

**Câu 10:** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 15(m/s)$  thì tăng tốc với gia tốc  $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$ . Tính vận tốc chất điểm đó tại giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

**Câu 11:** Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.



Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu?

**PHẦN IV. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Câu 1:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1+2x^2}{x}$  thỏa mãn  $F(-1) = 3$ . Tìm  $F(x)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 6x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 1$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(2) = 0$ . Tính  $F(4)$ .

**Câu 3:** Ký hiệu  $h(x)$  là chiều cao của một cây ( tính theo m) sau khi trồng  $x$  năm. Biết rằng sau một năm đầu tiên cây cao 2 m. Trong 10 năm tiếp theo cây phát triển với tốc độ  $h'(x) = \frac{1}{x}$  (m/năm).

**Câu 4:** Một chiếc xe đạp đang chạy với vận tốc  $v_0 = 10(m/s)$  thì tăng tốc với gia tốc không đổi là  $a = 2(m/s^2)$ . Tính quãng đường xe đó đi được trong 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

**Câu 5:** Một đám vi trùng tại ngày thứ  $t$  có số lượng là  $N(t)$ . Biết rằng  $N'(t) = \frac{2000}{1+2t}$  và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu  $L$  là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm  $L$ .

**Câu 6:** Một quần thể virus Corona  $P$  đang thay đổi với tốc độ  $P'(t) = \frac{5000}{1+0,2t}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virus Corona  $P$  ban đầu có số lượng là 1000 con. Tìm số lượng virus Corona sau 3 giờ.

**Câu 7:** Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi  $m(t)$  là số lượng nhân công được sử dụng ở ngày thứ  $t$  (kể từ khi khởi công dự án). Gọi  $M(t)$  là số ngày công nhân được tính đến hết ngày thứ  $t$  (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng  $M'(t) = m(t)$ . Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số  $m(t) = 800 - 2t$ . Trong đó  $t$  tính theo ngày ( $0 \leq t \leq 400$ ),  $m(t)$  tính theo người (Nguồn: A.Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-l, Cornelesen 2016*). Đơn giá cho một ngày công lao động là 400000 đồng. Tính chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành).

-----HẾT-----

**BÀI 2. TÍCH PHÂN**

**Phần 1. Trắc nghiệm 4 phương án:**

**Câu 1.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$  được kí hiệu là

A.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b).$

B.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b).$

C.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$

D.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có một nguyên hàm là hàm số  $F(x)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

B.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

C.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

D.  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a).$

**Câu 3.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên đoạn  $[c; d]$  và số thực  $k$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai

A.  $\int_c^d [f(x) + g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx + \int_c^d g(x) dx.$

B.

$\int_c^d [f(x) - g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx - \int_c^d g(x) dx.$

C.  $\int_c^d [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx \cdot \int_c^d g(x) dx.$

D.  $\int_c^d kf(x) dx = k \int_c^d f(x) dx.$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 10]$  và  $\int_0^{10} f(x) dx = 7$  và  $\int_2^6 f(x) dx = 3$ . Tính

$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$

A.  $P = 7.$

B.  $P = -4.$

C.  $P = 4.$

D.  $P = 10.$

**Câu 5.** Nếu  $\int_1^4 f(x) dx = 3$  thì  $\int_1^4 \left[ \frac{1}{3} f(x) - 5 \right] dx$  bằng

A.  $-15.$

B.  $-12.$

C.  $-14.$

D.  $-4.$

**Câu 6.** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = 5$  và  $\int_1^3 g(x) dx = -7$ . Giá trị của  $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)] dx$  bằng

A.  $-29.$

B.  $-31.$

C.  $1.$

D.  $29.$

**Câu 7.** Biết  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng:

A.  $8.$

B.  $10.$

C.  $9.$

D.  $\frac{26}{3}.$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_1^5 f(x) dx = 10$ ,  $\int_3^5 f(x) dx = 1$ . Khi đó  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng



A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. -9.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_1^5 f(x)dx = 10$ ,  $\int_3^5 f(x)dx = 1$ . Khi đó  $\int_1^3 f(x)dx$  bằng

A. 9.

B. -9.

C. 10.

D. 11.

**Câu 10.** Nếu  $\int_0^3 [4f(x) + 3x^2] dx = 7$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

A. 2.

B. -8.

C. -5.

D. 3.

**Câu 11.** Biết rằng  $\int_0^3 (2x+1)^2 dx = \left( \frac{a}{3}x^3 + bx^2 + cx \right) \Big|_0^3$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$

A. 9.

B. 5.

C. 6.

D. 7

**Câu 12.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $10m/s$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10(m/s)$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

A.  $55m$ .

B.  $25m$ .

C.  $50m$ .

D.  $16m$ .

Phần 2. Trắc nghiệm đúng -sai:

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[a;b]$ .

a)  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

b)  $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$ .

c) Nếu  $a < c < b$  và  $\int_a^b f(x)dx = m$ ,  $\int_c^a f(x)dx = n$  thì  $\int_c^b f(x)dx = m - n$ .

d)  $\int_a^b [2024f(x) + 2025]dx = 2024\int_a^b f(x)dx + 2025(a - b)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$  và hàm số  $g(x) = x^2 + x$ . Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau?

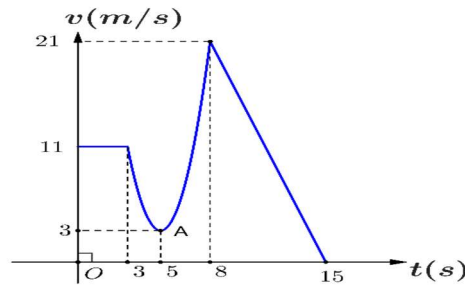
a) Diện tích  $S$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$  được tính bằng công thức  $S = \int_1^3 (x^3 + 2x)dx$

b) Gọi  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì  $S = F(3) - F(1)$ .

c)  $I = 10\int_1^3 f(x)dx + 6\int_1^3 g(x)dx = 356$ .

d)  $J = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx$ .

**Câu 3:** Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc  $v(t)(m/s)$  có dạng đường thẳng khi  $0 \leq t \leq 3(s)$  và  $8 \leq t \leq 15(s)$  và  $v(t)$  có dạng đường Parabol khi  $3 \leq t \leq 8(s)$  (như hình vẽ)



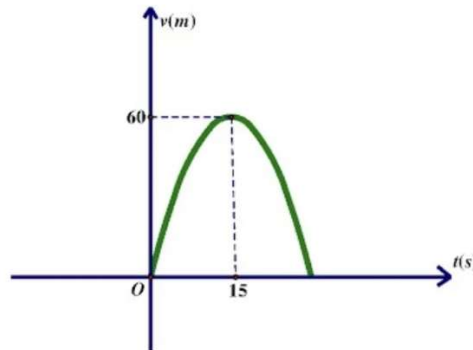
- a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 15$  là  $v(15) = 21(m/s)$ .
- b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là:  $S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$
- c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng  $73,5(m)$ .
- d) Vận tốc trung bình  $v_{tb}$  của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn  $v_{tb} < 7 (m/s)$ .

**Phần 3. Tự luận trả lời ngắn:**

**Câu 2:** Cho  $\int_0^5 f(x) dx = -2$ . Tích phân  $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$  bằng

**Câu 5:** Cho tích phân  $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$ , biết  $a, b, c$  là số nguyên. Tính tổng  $a + b + c$ .

**Câu 13:** Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất  $60m/s$  và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



**Phần 4. Tự luận có lời giải:**

**Câu 1:** Cho  $f, g$  là hai hàm liên tục trên  $[1; 3]$  thỏa:  $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$  và  $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$ . Tính  $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$  ?

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ , hãy tính  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  ?

**Câu 3:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 10 - 5t$  (m/s). Hỏi để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng bao xa, biết rằng ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên ?

### BÀI 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

#### Phần 1) Trắc nghiệm 4 phương án:

**Câu 1:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $S = \int_0^2 3^x dx$ .      B.  $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$ .      C.  $S = \pi \int_0^2 3^x dx$ .      D.  $S = \int_0^2 3^{2x} dx$ .

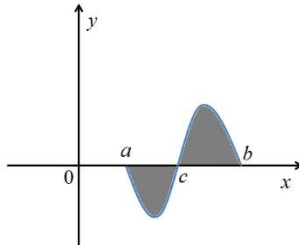
**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) được tính theo công thức

- A.  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      C.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ , diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , các đường thẳng  $x = a, x = b$  và trục  $Ox$  là

- A.  $-\int_a^b f(x) dx$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx$ .      C.  $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      D.  $\pi \int_a^b f(x) dx$ .

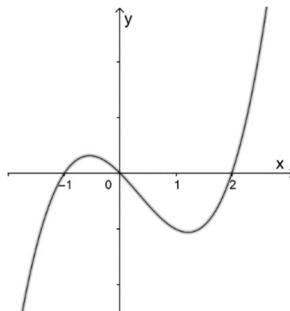
**Câu 4:** Ký hiệu  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành, đường  $x = a, x = b$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      B.  $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

- C.  $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .      D.  $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



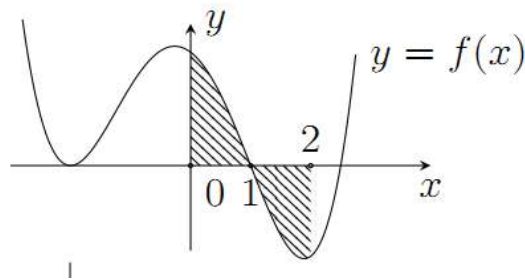
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục  $Ox$  là

- A.  $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$ .      B.  $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$ .

C.  $S = \int_{-1}^2 -f(x)dx$ .

D.  $S = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y=f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng  $x=0$ ,  $x=2$  là

A.  $\int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$ .

B.  $\left| \int_0^2 f(x)dx \right|$ .

C.  $-\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$ .

D.  $\int_0^2 f(x)dx$ .

**Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=x^2-2x-8$  và trục hoành được xác định theo công thức nào dưới đây

A.  $S = \int_{-4}^2 (x^2-2x-8)dx$ .

B.  $S = \int_{-2}^4 (x^2-2x-8)dx$ .

C.  $S = \int_{-4}^2 (-x^2+2x+8)dx$ .

D.  $S = \int_{-2}^4 (8+2x-x^2)dx$ .

**Câu 8:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y=x^2; y=0; x=1; x=2$  bằng

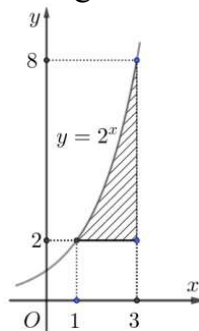
A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{7}{3}$ .

C.  $\frac{8}{3}$ .

D. 1.

**Câu 9:** Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng



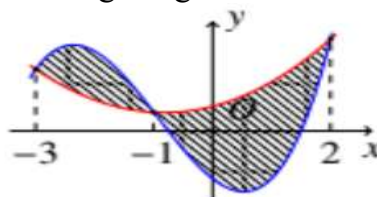
A.  $\int_1^3 2^x dx$ .

B.  $\int_1^3 (2-2^x) dx$ .

C.  $\int_1^3 (2^x-2) dx$ .

D.  $\int_1^3 (2^x+2) dx$ .

**Câu 10:** Cho hàm số bậc hai  $y=f(x)$  và hàm số bậc ba  $y=g(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức nào sau đây?



A.  $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx.$

B.  $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|.$

C.  $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx.$

D.  $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx.$

**Câu 11:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = -x^2 + 4$  và  $y = -x + 2$  ?

A.  $\frac{5}{7}.$

B.  $\frac{8}{3}.$

C.  $\frac{9}{2}.$

D.  $9.$

**Câu 12:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = -x^2$  và đường thẳng  $y = -x - 2$  bằng

A.  $\frac{9}{2}.$

B.  $\frac{5}{2}.$

C.  $\frac{11}{2}.$

D.  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}.$

**Phần 2) Trắc nghiệm đúng – sai:**

**Câu 1:** Cho các hàm số  $y = -x^2 + 2x + 1$ ,  $y = 2x^2 - 4x + 1$  và  $y = \frac{x-1}{x+1}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 2x + 1$ ,  $y = 0$

là  $S = \int_{1-\sqrt{2}}^{1+\sqrt{2}} |-x^2 + 2x + 1| dx.$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x^2 - 4x + 1$ ,  $y = 0$ ,

$x = 2, x = 3$  là  $-\frac{11}{3}.$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$ , trục hoành,

$x = 0, x = 1$  là  $2 \ln 2 - 1.$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 2x + 1$ ,

$y = 2x^2 - 4x + 1$ ,  $x = 0, x = 4$  là  $16.$

**Câu 2:** Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

b)  $s(t) = -5t^2 + 20t.$

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**Câu 3:** Một máy bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  giây. Cho  $h'(t) = 6at^2 + 2bt$  và ban đầu bể không có nước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là :  $\int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt.$

b) Sau 6 giây thể tích nước trong bể là  $504m^3$  khi đó  $432a + 36b = 504.$

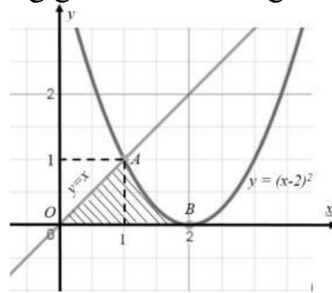
c) Thể tích nước trong bể là  $90m^3$  sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là  $504m^3$ . Khi đó thời gian kể từ giây thứ 3 đến giây thứ 6 thể tích nước bơm được vào bể là  $180m^3$ .

d) Thể tích nước trong bể là  $90m^3$  sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là  $504m^3$ . Khi đó Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây là  $594m^3$ .

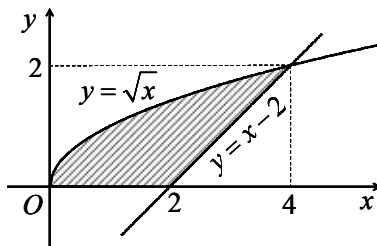
**Phần 3) Tự luận trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 4$  và  $y = 2x - 4$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2:** Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



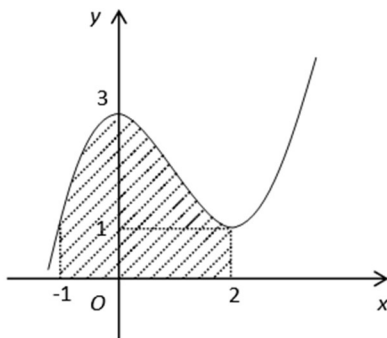
**Câu 3:** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$  và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



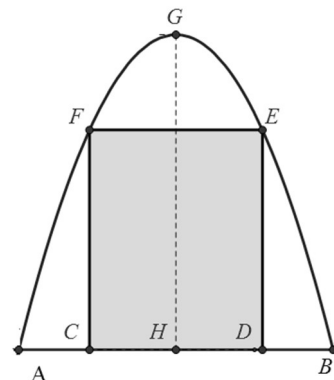
**Phần 4) Tự luận có lời giải.**

**Câu 1:** Tính Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$

**Câu 2:** Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ , các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 2$  và trục hoành cho trong hình dưới đây.



**Câu 3:** Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao  $GH = 4m$ , chiều rộng  $AB = 4m$ ,  $AC = BD = 0,9m$ . Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm có giá là 1200000 đồng/ $m^2$ , còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ $m^2$ . Hỏi tổng số tiền (đơn vị triệu) để làm hai phần nói trên?



## CHƯƠNG V. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG (GV)

### BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M_0(1;2;1)$  có vtpt  $\vec{n} = (2;1;2)$  có phương trình là:

- A.  $2x + y + z + 3 = 0$ .      B.  $2x + y + z - 3 = 0$ .      C.  $2x + y + 5z + 3 = 0$ .      D.  $2x + y + 2z - 6 = 0$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(0;-1;2)$  và có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1;2;-3)$  có phương trình là:

- A.  $x + 2y - 3z - 8 = 0$ .      B.  $x + 2y - 3z + 8 = 0$ .      C.  $x + 2y - 3z - 4 = 0$ .      D.  $x + 2y + 3z - 4 = 0$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  có cặp vector chỉ phương là  $\vec{u} = (3;1;2)$  và  $\vec{v} = (1;1;-1)$ . Khi đó, mặt phẳng  $(\alpha)$  có một vector pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n} = (-3;5;2)$ .      B.  $\vec{n} = (-3;-5;2)$ .      C.  $\vec{n} = (2;-3;5)$ .      D.  $\vec{n} = (1;-1;4)$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n}_1$  và mặt phẳng  $(Q)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n}_2$ . Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng đã cho được tính theo công thức

- A.  $\sin[(P),(Q)] = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ .      B.  $\cos[(P),(Q)] = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ .  
 C.  $\sin[(P),(Q)] = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ .      D.  $\cos[(P),(Q)] = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3;0;0), B(0;1;0), C(0;0;2)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ .      B.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ .      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .      D.  $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;0;1)$  và  $B(1;2;3)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là:

- A.  $x + 2y + 2z - 11 = 0$ .      B.  $x + 2y + 2z - 2 = 0$ .      C.  $x + 2y + 4z - 4 = 0$ .      D.  $x + 2y + 4z - 17 = 0$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ ,  $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Khi đó, mặt phẳng  $(P)$  đi qua gốc tọa độ  $O$  đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có phương trình là:

- A.  $2x - y - 2z = 0$ .      B.  $2x - y + 2z = 0$ .      C.  $2x + y - 2z = 0$ .      D.  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $ax + y - z + d = 0$ . Khi đó, các hệ số  $a$  và  $d$  là:

- A.  $a=1, d=1$ .      B.  $a=6, d=-6$ .      C.  $a=-1, d=-6$ .      D.  $a=-6, d=6$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua ba điểm  $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$  có phương trình là:

- A.  $x + y + z - 7 = 0$ .      B.  $3x + 2y + z - 12 = 0$ .      C.  $6x + y - 11 = 0$ .      D.  $x + 2y - 4z + 6 = 0$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  là trung trực của đoạn thẳng  $AB$  với  $A(5;6;1), B(-1;-2;9)$  có phương trình là:

- A.  $3x + y + z - 1 = 0$ .      B.  $x + 2y - 4z + 5 = 0$ .      C.  $3x + 4y - 4z + 6 = 0$ .      D.  $x - 5z + 7 = 0$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1;2;1), B(-2;1;3)$  và song song với đường thẳng  $CD$ , với  $C(3;4;5), D(4;1;2)$  có phương trình là:

- A.  $x + y + z - 11 = 0$ .      B.  $9x - 7y + 10z - 5 = 0$ .      C.  $3x + y - z + 6 = 0$ .      D.  $x - y - 5z + 4 = 0$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(3;2;1)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 5x + 2y + 4z + 1 = 0$  có phương trình là:

- A.  $5x + 2y + 4z - 23 = 0$ .      B.  $x - 3y + 6z - 5 = 0$ .      C.  $x + y - 3z + 6 = 0$ .      D.  $x - y + z + 3 = 0$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;-1;5)$  và hai mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z + 7 = 0$   $(Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Gọi  $(R)$  là mặt phẳng chứa  $Ox$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

- a)  $(P)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_P = (1;0;0)$ .      b) Ta có  $(P) // (Q)$ .      c) Ta có  $[(R), (Q)] \approx 82^\circ 44'$ .

d) Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình là  $x + 2y + z - 5 = 0$ ;

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 6x - 3y - 2z - 6 = 0$ . Khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

- a) Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa trục  $Ox$ .      b) Khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $\frac{6}{8}$ .

c) Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa điểm  $A(1,2,-3)$ .

d) Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt ba trục  $Ox, Oy, Oz$  tại ba điểm  $A, B, C$  có diện tích bằng  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 1 = 0, (Q): 2x + y - z + 3 = 0$  và  $(R): 2x - 2y + 4z + 3 = 0$ . khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

- a) Ta có  $(P) \perp (Q)$ .      b) Ta có  $(Q) // (R)$ .      c)  $(P) // (R)$ .

d) Mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  và cách điểm  $A(0;1;-3)$  một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{35}}{5}$  có phương trình là:  $x - 5y - 3z + 3 = 0, x - 5y - 3z - 11 = 0$ .

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , biết hai mặt phẳng  $(P): mx + 5y - 7z - 3 = 0$  và  $(Q): 3x + ny + 8z - 12 = 0$  song song với nhau. Tính  $8m + 7n$

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;4;1); B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Hãy tính  $a + b + c$ .

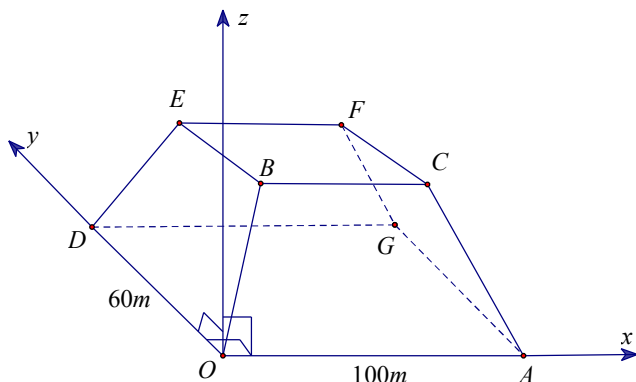


**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M(2;3;-1)$ , song song với trục  $Ox$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$  có dạng  $ax + by + cz - 7 = 0$ . Tính  $a + b + c$ .

**Phần 4. Tự luận**

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1;2;3), B(-2;1;5)$  thỏa  $d(C,(P)) = 2d(D,(P))$  với  $C(2;-1;1), D(0;3;1)$ . Hãy viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 2.** Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cắt  $OAGD.BCFE$  có hai đáy song song với nhau. Mặt sân  $OAGD$  là hình chữ nhật và được gắn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân  $OAGD$  có chiều dài  $OA = 100m$ , chiều rộng  $OD = 60m$  và tọa độ điểm  $B(10;10;8)$ . Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(OACB)$  có dạng  $ax + y + cz + d = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $a + c + d$



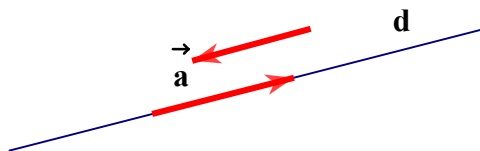
**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;1), B(2;1;0), C(2;0;2)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $BC$  và cách  $A$  một khoảng lớn nhất. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (5;b;c)$ . Hãy tính  $b + c$ .

**BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1) Vectơ chỉ phương của đường thẳng:**

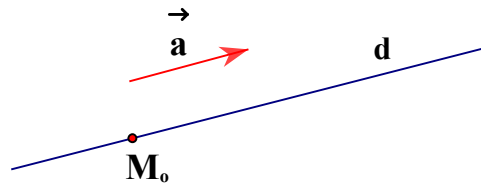
- + Vectơ  $\vec{a} \neq \vec{0}$  có giá song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  được gọi là véc tơ chỉ phương của  $d$ .
- + Vectơ  $\vec{a}$  là véc tơ chỉ phương của  $d \Leftrightarrow k \cdot \vec{a}$  ( $k \neq 0$ ) là véc tơ chỉ phương của  $d$ .
- + Một đường thẳng xác định được nếu có một điểm thuộc đường thẳng và một véc tơ chỉ phương .



**2) Phương trình tham số:** Trong không gian  $Oxyz$  đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M_o(x_o; y_o; z_o)$  nhận

vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  có phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_o + a_1t \\ y = y_o + a_2t \\ z = z_o + a_3t \end{cases} \quad (t \in R)$$



**3) Phương trình chính tắc:** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  nhận vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  có phương trình chính tắc :

$$\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} \quad (a_1.a_2.a_3 \neq 0)$$

**4) Chú ý:** Từ phương trình tham số có thể đưa về phương trình chính tắc và ngược lại.

**B. BÀI TẬP**

**Phần 1) Trắc nghiệm 4 phương án:**

**Câu 1.** Trong không gian Oxyz phương trình nào sau đây được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng d đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  nhận vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  ?

- A.  $\begin{cases} x = x_0 - a_1t \\ y = y_0 - a_2t \\ z = z_0 - a_3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = a_1 + x_0t \\ y = a_2 + y_0t \\ z = a_3 + z_0t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x_0 = x + a_1t \\ y_0 = y + a_2t \\ z_0 = z + a_3t \end{cases}$

**Câu 2.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  nhận vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  với  $a_1.a_2.a_3 \neq 0$  có phương trình chính tắc là

- A.  $\frac{x-a_1}{x_0} = \frac{y-a_2}{y_0} = \frac{z-a_3}{z_0}$       B.  $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$   
 C.  $\frac{x+x_0}{a_1} = \frac{y+y_0}{a_2} = \frac{z+z_0}{a_3}$       D.  $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2}$

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d trùng với trục Ox có phương trình tham số là

- A.  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

**Câu 4.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm M(1; 2; 3) và song song với trục Oz có phương trình tham số là

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 3+t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t \\ z = 3+t \end{cases}$

**Câu 5.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm M(1; -2; 4) nhận vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; -1; 3)$  có phương trình tham số là

A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  .

**Câu 6.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua hai điểm M(1; 2; 3), N(2; -2; 0) có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{3}$  .      B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$  .  
 C.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{-3}$  .      D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{4} = \frac{3-z}{3}$  .

**Câu 7.** Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm A(2; 1; 4) và d vuông góc với mặt phẳng (P):

$3x - y + 2z - 1 = 0$  có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{2}$  .      B.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{2}$  .  
 C.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{4}$  .      D.  $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$  .

**Câu 8.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình:  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây

không thuộc d?

A. M(1; 2; 3).      B. N(-1; 5; 5).      C. P(3; 1; -1).      D. Q(-3; 7; 7).

**Câu 9.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ , đường thẳng d cắt mặt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm nào sau đây ?

A. M(0; 1; 4).      B. N(0; -1; 1).      C. P(1; 1; 0).      D. Q(-1; 0; 5).

**Câu 10.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ , đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$  .

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z-2}{3}$  và  $\Delta': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ .

Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và cùng vuông góc với  $\Delta, \Delta'$  có phương trình tham số là

A.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x = 4t \\ y = -4t \\ z = 4t \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$  .

**Câu 12.** Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (P):  $x + 2y - 1 = 0$ , (Q):  $y + z - 3 = 0$ . Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$  .      B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$  .  
 C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$  .      D.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$  .

**Phần 2) Trắc nghiệm đúng – sai:**

**Câu 1.** Trong không gian Oxyz cho 2 điểm  $A(1; 0; 2)$ ,  $B(2; -1; 3)$ , các khẳng định sau **đúng hay sai?**

- a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là  $\vec{a} = (1; -1; 1)$ .
- b) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là :  $x - 1 = y = z - 2$ .
- c) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (Oxz) là đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tham số là: 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases}$$
.
- d) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm  $I(1; 2; 0)$ .

**Câu 2.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình tham số : 
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$
, các khẳng định sau **đúng hay sai?**

- a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ .
- b) Phương trình chính tắc của d là :  $\frac{x}{1} = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z - 2}{1}$ .
- c) Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng :  $x - y + 2z + 3 = 0$ .
- d) Đường thẳng d chứa trong mặt phẳng (P) :  $x + 2y + z - 8 = 0$ .

**Câu 3.** Trong không gian Oxyz cho ba điểm  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(2; 1; 3)$ ,  $C(3; 0; 1)$ , các khẳng định sau **đúng hay sai?**

- a) Đường thẳng d đi qua A và song song BC có phương trình tham số : 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -2t \end{cases}$$
.
- b) Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là:  $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 1}{3} = \frac{z}{2}$ .
- c) Đường thẳng d' đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình chính tắc là  $\frac{x - 1}{-1} = \frac{y + 1}{5} = \frac{z}{-3}$ .
- d) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua O vuông góc với đường thẳng BC và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình tham số là: 
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$
.

**Phần 3) Tự luận trả lời ngắn.**

**Bài 1.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d:  $\frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z - 2}{1}$ , điểm  $M(2; a; b)$  thuộc d, khi đó  $a + b$  bằng ...

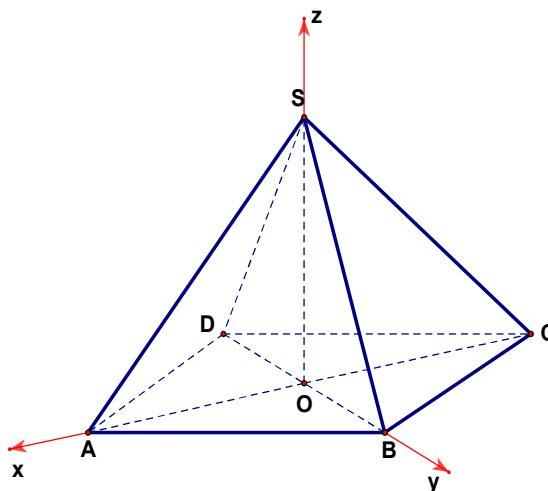
**Bài 2.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d: 
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + at \\ z = 2 + bt \end{cases}$$
 ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), biết d vuông góc với mặt

phẳng (P) có phương trình:  $2x + y - z + 1 = 0$ , khi đó  $a.b$  bằng ...

**Bài 3.** Trong không gian Oxyz có đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng (P):  $x + y - z + 1 = 0$  và mặt phẳng tọa độ (Oxy), gọi  $\vec{u} = (2; m; n)$  là một vectơ chỉ phương của d, khi đó độ dài của vectơ  $\vec{u}$  bằng... (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Phần 4) Tự luận có lời giải.**

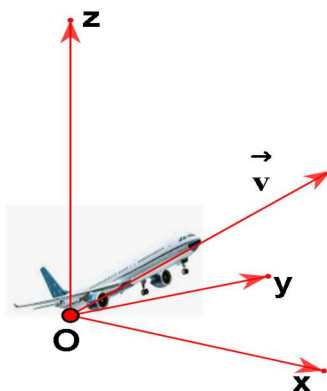
**Bài 1.** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy  $AB = 3\sqrt{2}$ , cạnh bên  $SA = 5$ . Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ sau



- a) Hãy ghi tọa độ các đỉnh của hình chóp đã cho.
- b) Viết phương trình tham số của đường thẳng SA.
- c) Viết phương trình tham số của đường thẳng BD.

**Bài 2.** Theo đồ họa 3D trong không gian Oxyz một máy bay xuất phát từ điểm  $O(0, 0, 0)$  bay thẳng lên không phận và sau 1 phút thì máy bay ở tọa độ  $A(4; 5; 9)$ . (đơn vị trên các trục tọa độ là km, vận tốc bay km/phút)

- a) Lập phương trình chính tắc của đường thẳng d biểu diễn đường bay.
- b) Hỏi máy bay có đi qua điểm  $M(2; 3; 4)$  không?
- c) Nếu phương hướng và vận tốc bay không thay đổi thì sau 3 phút máy bay cách điểm xuất phát bao nhiêu km?



**Bài 3.** Theo mô phỏng 3D trong không gian Oxyz một người đứng trên mặt đất tại vị trí  $O(0; 0; 0)$  điều khiển flycam đang bay thẳng từ vị trí  $A(-25; -30; 85)$  đến vị trí  $B(150; 200; 40)$ . (đơn vị trên các trục là mét)

- a) Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d biểu diễn đường bay của flycam.
- b) Khi flycam bay theo đường bay d thì khoảng cách gần nhất từ flycam đến người điều khiển là bao nhiêu mét?
- c) Vì có sự cố kỹ thuật nên flycam hạ cánh xuống mặt đất theo đường bay d, khi đó người điều khiển ở cách flycam bao nhiêu mét?

