

Mục lục

CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN (HS)	2
BÀI 1. NGUYÊN HÀM	2
BÀI 2. TÍCH PHÂN	8
BÀI 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍCH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG	11
CHƯƠNG V. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG	16
BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	16
BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG ...	19

CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM-TÍCH PHẦN (HS)

BÀI 1. NGUYÊN HÀM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

- A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0; +\infty)$?

- A. $F_1(x) = \frac{x^2}{2} + \sqrt{x}$. B. $F_2(x) = \frac{x^2}{2} - \sqrt{x}$.
 C. $F_3(x) = \frac{x^2}{2} + 2\sqrt{x}$. D. $F_4(x) = \frac{x^2}{2} - 2\sqrt{x}$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 8x^3 - 6x$ là

- A. $F(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C$. B. $F(x) = x^5 - x^4 - x^2 + C$.
 C. $F(x) = x^5 - 4x^4 - 2x^2 + C$. D. $F(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^2 + C$.

Câu 4: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ thỏa mãn $F(1) = -2024$ là

- A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + \frac{5}{12}$. B. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x - \frac{1}{12}$.
 C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + \frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x - \frac{5}{12}$.

Câu 5: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2x - 3)^2$ thỏa mãn $F(-1) = -17$ là

- A. $\frac{(2x - 3)^3}{3} + \frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x - \frac{2}{3}$.
 C. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{2}{3}$.

Câu 6: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$ là

- A. $F(x) = x \cdot 2025^{x-1}$. B. $F(x) = 2025 \cdot 2024^x$.
 C. $F(x) = 2025^x \cdot \ln 2025$. D. $F(x) = \frac{2025^x}{\ln 2025}$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 1 + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + xe^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = 1 + e^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = x + e^x + C$. D. $\int f(x) dx = 1 + xe^{x-1} + C$.

Câu 8: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x-1}$ là

- A. $\frac{1}{2} \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$. B. $2 \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$. C. $5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$. D. $\frac{1}{2 \ln 5} \cdot 5^{2x-1} + C$.

Câu 9: Hàm số $F(x) = x^2 + e^{-2x} + 2025$ là một nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2} e^{-2x} + 2025x$. B. $f(x) = 2x - 2e^{-2x}$.
 C. $f(x) = 2x - 2e^{-2x} + 2025x$. D. $f(x) = 2x + 2e^{-2x} + 2025$.

Câu 10: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$

- A. $F(x) = e^x - 2e^{-x} - x^2 + 2$. B. $F(x) = e^x + 2e^{-x} - x^2 - 2$.
 C. $F(x) = e^x - 2e^{-x} - x^2$. D. $F(x) = e^x + 2e^{-x} - x^2$.

Câu 11: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ là:

- A. $3 \sin x - 4 \cos x$. B. $-3 \sin x + 4 \cos x$.
 C. $3 \sin x + 4 \cos x + C$. D. $-3 \sin x + 4 \cos x + C$.

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

- A. $-2 \cos x - 3 \cot x + C$. B. $2 \cos x - 3 \tan x + C$.
 C. $-2 \cos x + 3 \cot x + C$. D. $2 \cos x - 3 \cot x + C$.

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right)^2$ là:

- A. $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} + C$. B. $x - \cos x + C$.
 C. $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 + C$. D. $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} + C$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ là:

- A. $4 \cos \frac{x}{2} + C$. B. $x + \sin x + C$.
 C. $2 \sin^2 \frac{x}{2} + C$. D. $\frac{2}{3} \cos^3 \frac{x}{2} + C$.

Câu 15: Khẳng định nào đây sai?

- A. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. B. $\int \cos x \, dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$. D. $\int \cos x \, dx = -\tan x + C$.

Câu 16: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 - \cos x + C$. B. $6x - \cos x + C$. C. $x^3 + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x - 5 \sin x - 5$. B. $f(x) = 3x + 5 \sin x + 5$.
 C. $f(x) = 3x + 5 \sin x + 2$. D. $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$.

Câu 18: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 2 \cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là

- A. $F(x) = -2 \sin x - \cos x + 2$. B. $F(x) = 2 \sin x - \cos x + 2$.
 C. $F(x) = \sin x - 2 \cos x - 2$. D. $F(x) = 2 \sin x - \cos x - 2$.

Câu 19: Một quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16 (m/s)$. Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?

A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$.

B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.

C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$.

D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$.

Câu 20: Một ô tô đang chạy với vận tốc $70km/h$ thì hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 (m/s)$. Tính quãng đường ô tô đi được sau 3 giây kể từ khi hãm phanh?

A. $51(m)$.

B. $43(m)$.

C. $54(m)$.

D. $45(m)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $F(x) = f'(x)$.

b) $F'(x) = f(x)$.

c) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.

d) $F(1) = 3$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int f(x)dx = 3x + C$.

b) $\int [f(x) + x]^2 dx = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 1$ Thì $F(x) = 3x - 1$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 14590$ khi $F(1) = 1$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int (x^3 - 4x + 5)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x + C$.

b) $F(0) = 2$

c) $\int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 2x^2 + 9x + C$

d) $\int f(x+1)dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

Câu 4: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên \mathbb{R} thoả mãn $F(0) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $F'(0) = 0$.

b) $F(1) = e - 1$.

c) $\int F(x)dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$.

d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

Câu 5: Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int \sin x dx = \cos x$.

b) $\int \cos x dx = \sin x + C$.

c) $\tan x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$.

d) $\cot(x + 1)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 6: Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1,2698 \cdot e^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$

b) $S(t) = 90,7 \cdot e^{0,014t} + 90,7$

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người/năm

Câu 7: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 4 \cos t$ (m/s²). Tại thời điểm bắt đầu chuyển động vật có vận tốc bằng 0. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 4 \cos t$ (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}$ là 2(m/s)

c) Tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) sau khi xuất phát thì vận tốc của vật là $\sqrt{2}$ (m/s)

d) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) là $2\sqrt{2}$ (m/s²)

Câu 8: Một chiếc xe đang chuyển động đều với tốc độ $v_0 = 15$ m/s thì gặp chướng ngại vật rồi phanh gấp với gia tốc không đổi là $a = -3$ m/s². Kí hiệu $v(t)$ là tốc độ của xe, $a(t)$ là gia tốc xe, $s(t)$ là quãng đường xe đi được cho đến thời điểm t giây kể từ lúc phanh xe. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $v(t) = a'(t)$.

b) $a(t) = s''(t)$.

c) Tính từ lúc phanh xe, sau 4 giây thì xe dừng hẳn.

d) Quãng đường xe đi được tính từ lúc phanh xe đến khi dừng hẳn nằm trong khoảng từ 35 mét đến 40 mét.

Câu 9: Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, kí hiệu $f(t)$ là tổng số lượng vi sinh vật sau t giờ. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ $f'(t) = t^2 - 8t$ (con/giờ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Họ nguyên hàm của $f'(t)$ là $\frac{t^3}{3} - 8t^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

b) Số lượng vi khuẩn tăng liên tục trong khoảng từ 3 giờ đến 10 giờ sau thời điểm làm thí nghiệm.

c) Số lượng vi khuẩn là nhỏ nhất sau 8 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

d) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn là 5 con.

Câu 10. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

a) $\int (-5f(x) + 4h(x)) dx = -5\int f(x) dx + 4\int h(x) dx.$

b) Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ với t là thời gian tính bằng giây. Quãng chuyển động của vật được xác định bởi $s(t) = \int v(t)dt.$

c) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - \frac{2}{x^2}$ thỏa mãn $F(-3) = 3.$ Khi đó $F(2) = \frac{59}{3}.$

d) Một chiếc ô tô đang chuyển động với vận tốc 19 m/s thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 19 - 3t$ (m/s). Kể từ khi hãm phanh, quãng đường đi được của ô tô sau 4 giây là 52 m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 0. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -4 \cdot 5^x \ln 5 - 2$ thỏa mãn $F(3) = -3.$

Tính $\frac{F(1)}{17}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4\sin 2x + \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -2.$ Biết

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(\pi) = 3,$ khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cây vi sinh vật từ $1^\circ\text{C}.$ Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 5$) được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t).$ Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

Câu 3: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}.$ Tìm $F(2)$

(làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3 và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504 \text{ m}^3.$ Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

Câu 5: Một đàn con trùng, ở ngày thứ t có số lượng là $K(t).$ Biết $K'(t) = \frac{4000}{1 + \frac{t}{2}}$ và ban đầu đàn côn

trùng có 50.000 con. Hỏi sau 10 ngày thì đàn có khoảng bao nhiêu con? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 6: Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu là $5(m/s)$ và có gia tốc được xác định bởi công thức $a(t) = \frac{2}{t+1}(m/s^2).$ Tính vận tốc của vật tại giây thứ 20 (là tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 7: Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s),$ trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

Câu 8: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 24,5 - 9,8t(m/s).$

Tính quãng đường (mét) viên đạn đi sau 2 giây đầu.

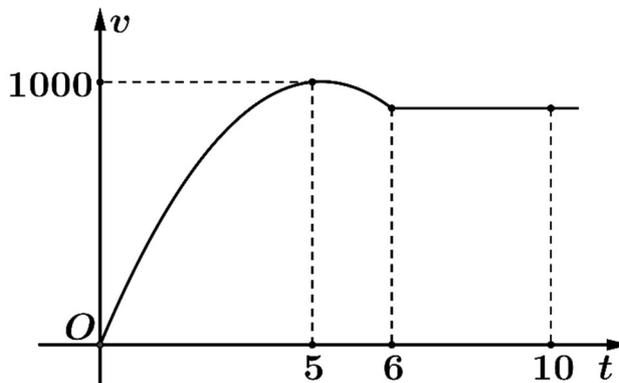
Câu 9: Cường độ dòng điện trong một dây dẫn tại thời điểm t giây là:

$$I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5,$$

Với $Q(t)$ là điện lượng truyền trong dây dẫn tại thời điểm t . Biết khi $t = 1$ giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là $Q(1) = 4$. Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi $t = 3$.

Câu 10: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15(m/s)$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$. Tính vận tốc chất điểm đó tại giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

Câu 11: Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000 m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.



Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu?

PHẦN IV. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1+2x^2}{x}$ thỏa mãn $F(-1) = 3$. Tìm $F(x)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 6x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 0$. Tính $F(4)$.

Câu 3: Ký hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo m) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau một năm đầu tiên cây cao 2 m. Trong 10 năm tiếp theo cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{1}{x}$ (m/năm).

Câu 4: Một chiếc xe đạp đang chạy với vận tốc $v_0 = 10(m/s)$ thì tăng tốc với gia tốc không đổi là $a = 2(m/s^2)$. Tính quãng đường xe đó đi được trong 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

Câu 5: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{2000}{1+2t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu L là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm L .

Câu 6: Một quần thể virus Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t) = \frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virus Corona P ban đầu có số lượng là 1000 con. Tìm số lượng virus Corona sau 3 giờ.

Câu 7: Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi $m(t)$ là số lượng nhân công được sử dụng ở ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Gọi $M(t)$ là số ngày công nhân được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số $m(t) = 800 - 2t$. Trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 400$), $m(t)$ tính theo người (Nguồn: A.Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-l, Cornelesen 2016*). Đơn giá cho một ngày công lao động là 400000 đồng. Tính chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành).

BÀI 2. TÍCH PHÂN

Phần 1. Trắc nghiệm 4 phương án.

Câu 1. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$ được kí hiệu là

- A. $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$.
 C. $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. D. $\int f(x) dx = f(b) - f(a)$.

Câu 3. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[c; d]$ và số thực k . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai

- A. $\int_c^d [f(x) + g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx + \int_c^d g(x) dx$. B. $\int_c^d [f(x) - g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx - \int_c^d g(x) dx$.
 C. $\int_c^d [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx \cdot \int_c^d g(x) dx$. D. $\int_c^d kf(x) dx = k \int_c^d f(x) dx$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$.

Tính $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

- A. $P = 7$. B. $P = -4$. C. $P = 4$. D. $P = 10$.

Câu 5. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^4 \left[\frac{1}{3} f(x) - 5 \right] dx$ bằng

- A. -15 . B. -12 . C. -14 . D. -4 .

Câu 6. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_1^3 g(x) dx = -7$. Giá trị của $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -29 . B. -31 . C. 1 . D. 29 .

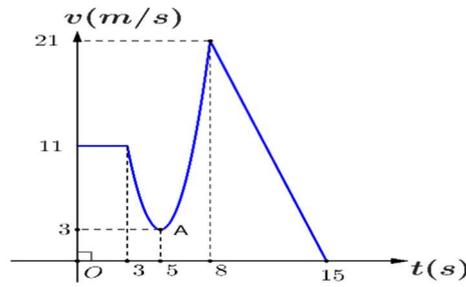
Câu 7. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:

- A. 8 . B. 10 . C. 9 . D. $\frac{26}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^5 f(x) dx = 10, \int_3^5 f(x) dx = 1$.

Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 11 . B. 9 . C. 10 . D. -9 .



- a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21(m/s)$.
- b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$
- c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.
- d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 (m/s)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = (3x - 1)^2$ có đạo hàm $f'(x)$. Khi đó:

- a) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 5$
- b) $\int_0^1 f(x) dx = 3$
- c) $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 8$
- d) $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \frac{-51}{2}$

Câu 5: Xét tính đúng – sai của các phép tính tích phân sau.

- a) $I = \int_0^2 |x - 1| dx = \int_0^1 (x - 1) dx + \int_1^2 (x - 1) dx$
- b) $I = \int_0^2 |x - 1| dx = 1$
- c) Cho a là số thực dương thì tích phân $I = \int_{-1}^a |x| dx = \frac{a^2 + 1}{2}$
- d) Nếu $I = \int_0^3 |2^x - 4| dx = a + \frac{b}{c \ln 2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản thì $P = a^2 + b^2 + c^2 = 3$

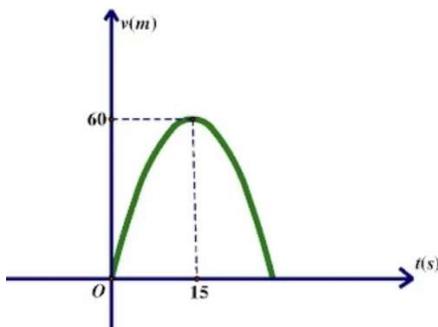
Phần 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng

Câu 2. Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết a, b, c là số nguyên. Tính tổng $a + b + c$.

Câu 3. Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15_s thì xe đạt

đến vận tốc cao nhất $60m/s$ và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



Câu 4: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

Câu 5: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số $m = ?$

Câu 6: Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

Phần 4. Tự luận.

Câu 1: Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx ?$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, hãy tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$?

Câu 3: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là $1m$. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t (m/s)$. Hỏi để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng bao xa, biết rằng ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên ?

BÀI 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Phần 1. Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

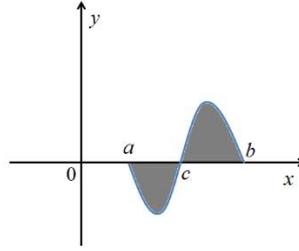
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức

- A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a, x = b$ và trục Ox là

- A. $-\int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx$. C. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $\pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 4: Ký hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường $x = a, x = b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



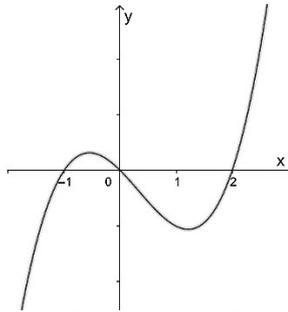
A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox là

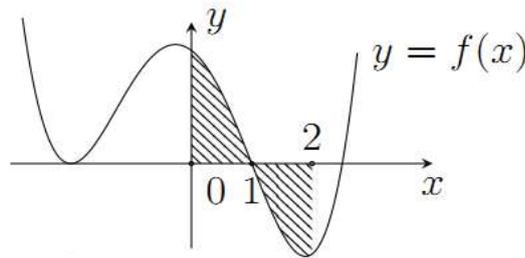
A. $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 -f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

A. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

C. $-\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $\int_0^2 f(x) dx$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 8$ và trục hoành được xác định theo công thức nào dưới đây

A. $S = \int_{-4}^2 (x^2 - 2x - 8) dx$.

B. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2x - 8) dx$.

C. $S = \int_{-4}^2 (-x^2 + 2x + 8) dx$.

D. $S = \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2; y = 0; x = 1; x = 2$ bằng

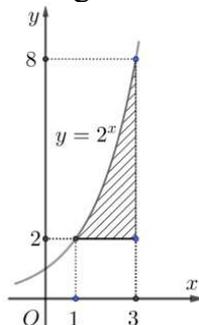
A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 1.

Câu 9: Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng



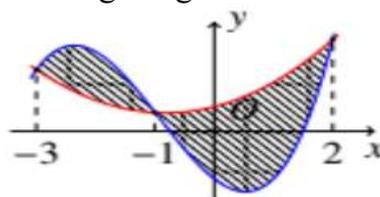
A. $\int_1^3 2^x dx$.

B. $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$.

C. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$.

D. $\int_1^3 (2^x + 2) dx$.

Câu 10: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức nào sau đây?



A. $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

B. $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$.

C. $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$.

D. $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$?

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 9.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$ bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$.

Phần 2. Trắc nghiệm đúng – sai:

Câu 1: Cho các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ và $y = \frac{x-1}{x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 0$

là $S = \int_{1-\sqrt{2}}^{1+\sqrt{2}} |-x^2 + 2x + 1| dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$

là $-\frac{11}{3}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$, trục hoành, $x = 1, x = 2$

là $\frac{3}{2} - \ln 2$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1, y = 2x^2 - 4x + 1, x = 0, x = 4$ là 16.

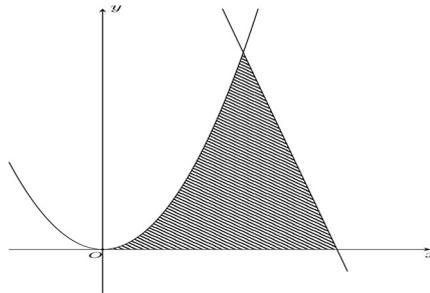
Câu 2. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau (các kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

a) Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = g(x), x = -1, x = 2, y = 0$ có diện tích xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^2 |g(x)| dx$.

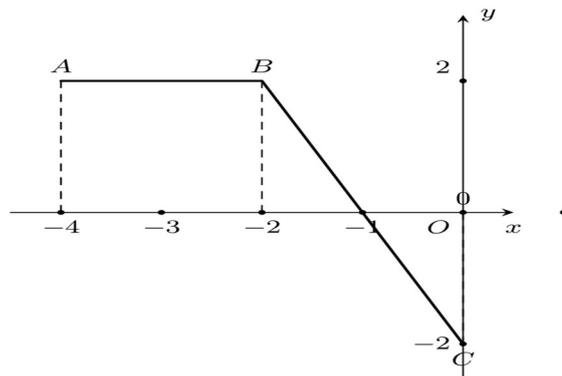
b) Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3, x = 0, x = 3, y = 0$ có diện tích bằng 12.

c) Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 3 - 3x$ và đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 21x + 39$ bằng 9.

d) Gọi tam giác cong là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{45}{2} - \frac{9x}{2}, y = x^2$ và $y = 0$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của tam giác cong đã cho bằng 20.



Câu 3. Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-4; 0]$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau.



a) Tích phân $\int_{-4}^{-2} f(x) dx$ bằng 4.

b) Tích phân $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$ bằng 3.

c) Tích phân $\int_{-2}^0 f(x) dx$ bằng 0.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục Ox, các đường thẳng $x = -4, x = 0$ bằng 7.

Câu 4: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

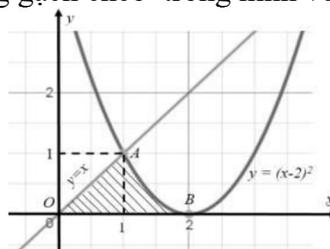
Câu 5: Một máy bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là : $\int_0^3 (6at^2 + 2bt)dt$.
- b) Sau 6 giây thể tích nước trong bể là $504m^3$ khi đó $432a + 36b = 504$.
- c) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó thời gian kể từ giây thứ 3 đến giây thứ 6 thể tích nước bơm được vào bể là $180m^3$.
- d) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây là $594m^3$.

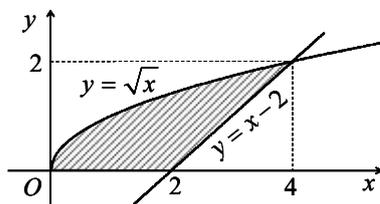
Phần 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng bao nhiêu?

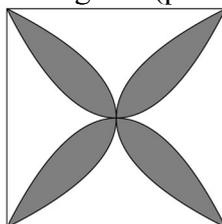
Câu 2: Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



Câu 3: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



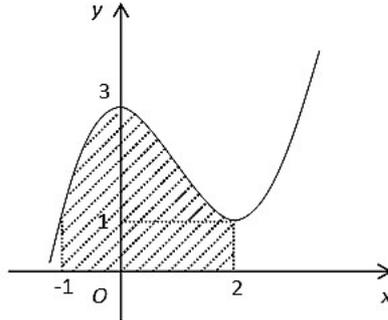
Câu 4. Một viên gạch hoa hình vuông có cạnh bằng 6 cm. Người ta thiết kế sử dụng 4 đường parabol cùng chung đỉnh tại tâm của viên gạch và đi qua hai đỉnh kề nhau của viên gạch để tạo thành bông hoa như hình vẽ. Diện tích của bông hoa (phần tô đậm trong hình vẽ)?



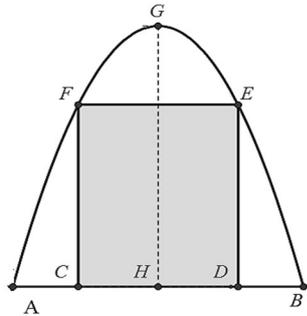
Phần 4. Tự luận.

Câu 1: Tính Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$

Câu 2: Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, các đường thẳng $x = 1, x = 2$ và trục hoành cho trong hình dưới đây.



Câu 3: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền (đơn vị triệu) để làm hai phần nói trên?



CHƯƠNG V. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(1;2;1)$ có vtpt $\vec{n} = (2;1;2)$ có phương trình là:

- A. $2x + y + z + 3 = 0$. B. $2x + y + z - 3 = 0$. C. $2x + y + 5z + 3 = 0$. D. $2x + y + 2z - 6 = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;-3)$ có phương trình là:

- A. $x + 2y - 3z - 8 = 0$. B. $x + 2y - 3z + 8 = 0$. C. $x + 2y - 3z - 4 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 4 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;1;2)$ và $\vec{v} = (1;1;-1)$. Khi đó, mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (-3;5;2)$. B. $\vec{n} = (-3;-5;2)$. C. $\vec{n} = (2;-3;5)$. D. $\vec{n} = (1;-1;4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến \vec{n}_1 và mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến \vec{n}_2 . Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng đã cho được tính theo công thức

- A. $\sin[(P),(Q)] = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$.
- B. $\cos[(P),(Q)] = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$.
- C. $\sin[(P),(Q)] = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$.
- D. $\cos[(P),(Q)] = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;1;0), C(0;0;2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 2 = 0$. C. $x + 2y + 4z - 4 = 0$. D. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình là:

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$. C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Khi đó, các hệ số a và d là:

- A. $a=1, d=1$. B. $a=6, d=-6$. C. $a=-1, d=-6$. D. $a=-6, d=6$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$ có phương trình là:

- A. $x + y + z - 7 = 0$. B. $3x + 2y + z - 12 = 0$. C. $6x + y - 11 = 0$. D. $x + 2y - 4z + 6 = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) là trung trực của đoạn thẳng AB với

$A(5;6;1), B(-1;-2;9)$ có phương trình là:

- A. $3x + y + z - 1 = 0$. B. $x + 2y - 4z + 5 = 0$. C. $3x + 4y - 4z + 6 = 0$. D. $x - 5z + 7 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(-2;1;3)$ và song song với đường thẳng CD , với $C(3;4;5), D(4;1;2)$ có phương trình là:

- A. $x + y + z - 11 = 0$. B. $9x - 7y + 10z - 5 = 0$. C. $3x + y - z + 6 = 0$. D. $x - y - 5z + 4 = 0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 5x + 2y + 4z + 1 = 0$ có phương trình là:

- A. $5x + 2y + 4z - 23 = 0$. B. $x - 3y + 6z - 5 = 0$. C. $x + y - 3z + 6 = 0$. D. $x - y + z + 3 = 0$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;5)$ và hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 7 = 0$

$(Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Gọi (R) là mặt phẳng chứa Ox và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

a) (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1;0;0)$. **b)** Ta có $(P) // (Q)$. **c)** $d(A, (P)) = \frac{10\sqrt{14}}{7}$.

d) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với (P) và (Q) có phương trình là $x + 2y + z - 5 = 0$;

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 6x - 3y - 2z - 6 = 0$. Khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

a) Mặt phẳng (α) chứa trục Ox . **b)** Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (α) bằng $\frac{6}{8}$.

c) Mặt phẳng (α) chứa điểm $A(1, 2, -3)$.

d) Mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại ba điểm A, B, C có diện tích bằng $\frac{7}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$ và $(R): 2x - 2y + 4z + 3 = 0$. khi đó, các khẳng định sau đúng hay sai ?

- a)** Ta có $(P) \perp (Q)$. **b)** Ta có $(Q) // (R)$. **c)** $(P) // (R)$.

d) Mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) và cách điểm $A(0;1;-3)$ một khoảng bằng $\frac{\sqrt{35}}{5}$ có phương trình là : $x - 5y - 3z + 3 = 0$, $x - 5y - 3z - 11 = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;2)$, $B(3-1;-2)$, $C(0;-3;1)$, $D(2;1-1)$. Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng CD có phương trình là: $x + 2y - z - 1 = 0$.

b) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng CD có phương trình là: $x + 2y - z + 1 = 0$.

c) Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là: $3x + y - 2z - 2 = 0$.

d) Mặt phẳng chứa đường thẳng AB và song song với đường thẳng CD có phương trình là: $x + y + 2 = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;1)$. Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 1$.

b) Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 1.

c) Mặt phẳng chứa đường thẳng AB có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0;0;1)$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 4.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, biết hai mặt phẳng $(P): mx + 5y - 7z - 3 = 0$ và $(Q): 3x + ny + 8z - 12 = 0$ song song với nhau. Tính $8m + 7n$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Hãy tính $a + b + c$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(2;3;-1)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ có dạng $ax + by + cz - 7 = 0$. Tính $a + b + c$.

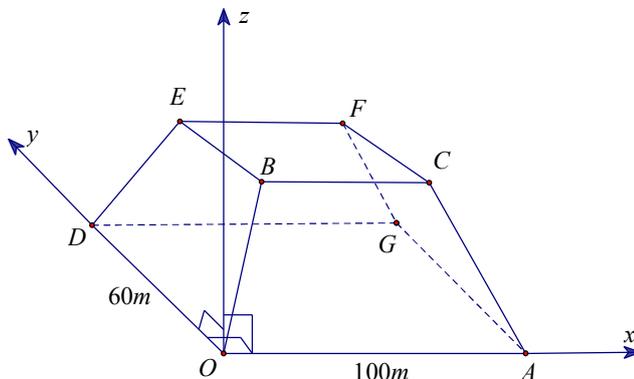
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 5x + 2y + 4z + 1 = 0$ có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó, hãy tính $A + B + C + D$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;-1)$ và cách điểm $B(2;-3;1)$ một khoảng lớn nhất, (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó, hãy tính $A + 2B + 3C - 2D$.

Phần 4. Tự luận

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(-2;1;5)$ thỏa $d(C, (P)) = 2d(D, (P))$ với $C(2;-1;1), D(0;3;1)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

Câu 2. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$



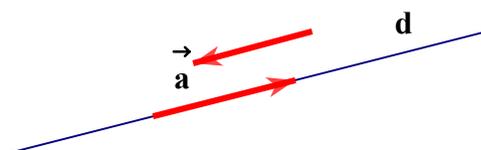
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (5; b; c)$. Hãy tính $b + c$.

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

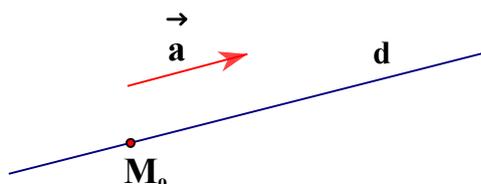
1) Vector chỉ phương của đường thẳng:

- + Vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d được gọi là véc tơ chỉ phương của d .
- + Vector \vec{a} là véc tơ chỉ phương của $d \Leftrightarrow k \cdot \vec{a}$ ($k \neq 0$) là véc tơ chỉ phương của d .
- + Một đường thẳng xác định được nếu có một điểm thuộc đường thẳng và một véc tơ chỉ phương.



2) Phương trình tham số: Trong không gian $Oxyz$ đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận

vector chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ có phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$


3) Phương trình chính tắc: Trong không gian $Oxyz$ đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$

nhận vector chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ có phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1, a_2, a_3 \neq 0)$$

4) Chú ý: Từ phương trình tham số có thể đưa về phương trình chính tắc và ngược lại.

B. BÀI TẬP

Phần 1) Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1. Trong không gian Oxyz phương trình nào sau đây được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng d đi qua điểm $M_o(x_o; y_o; z_o)$ nhận vector chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$?

- A. $\begin{cases} x = x_o - a_1t \\ y = y_o - a_2t \\ z = z_o - a_3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = a_1 + x_o t \\ y = a_2 + y_o t \\ z = a_3 + z_o t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = x_o + a_1t \\ y = y_o + a_2t \\ z = z_o + a_3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x_o = x + a_1t \\ y_o = y + a_2t \\ z_o = z + a_3t \end{cases}$

Câu 2. Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm $M_o(x_o; y_o; z_o)$ nhận vector chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ với $a_1.a_2.a_3 \neq 0$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x - a_1}{x_o} = \frac{y - a_2}{y_o} = \frac{z - a_3}{z_o}$ B. $\frac{x - x_o}{a_1} = \frac{y - y_o}{a_2} = \frac{z - z_o}{a_3}$
 C. $\frac{x + x_o}{a_1} = \frac{y + y_o}{a_2} = \frac{z + z_o}{a_3}$ D. $\frac{x - x_o}{a_1} = \frac{y - y_o}{a_2}$

Câu 3. Trong không gian Oxyz đường thẳng d trùng với trục Ox có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Câu 4. Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm M(1; 2; 3) và song song với trục Oz có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 5. Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm M(1; -2; 4) nhận véc tơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -1; 3)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Câu 6. Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua hai điểm M(1; 2; 3) , N(2; -2; 0) có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{3}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$
 C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{-3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{4} = \frac{3-z}{3}$

Câu 7. Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua điểm A(2; 1; 4) và d vuông góc với mặt phẳng (P):

$3x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{2}$
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{4}$ D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$

Câu 8. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$
. Điểm nào sau đây

không thuộc d?

- A. M(1; 2; 3). B. N(-1; 5; 5). C. P(3; 1; -1). D. Q(-3; 7; 7).

Câu 9. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$, đường thẳng d cắt mặt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm nào sau đây ?

- A. M(0; 1; 4). B. N(0; -1; 1). C. P(1; 1; 0). D. Q(-1; 0; 5).

Câu 10. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z-2}{3}$ và $\Delta': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và cùng vuông góc với Δ, Δ' có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4t \\ y = -4t \\ z = 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Câu 12. Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 1 = 0$, (Q): $y + z - 3 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

Phần 2. Trắc nghiệm đúng – sai

Câu 1. Trong không gian Oxyz cho 2 điểm A(1; 0; 2), B(2; -1; 3), các khẳng định sau **đúng hay sai?**

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; -1; 1)$.

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là : $x - 1 = y = z - 2$.

c) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (Oxz) là đường thẳng Δ có phương

trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

d) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I(1; 2; 0).

Câu 2. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d có phương trình tham số : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$, các khẳng

định sau **đúng hay sai?**

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{a} = (1; 2; 3)$.

b) Phương trình chính tắc của d là : $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

c) Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng : $x - y + 2z + 3 = 0$.

d) Đường thẳng d chứa trong mặt phẳng (P) : $x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz cho ba điểm A(1; -1; 0), B(2; 1; 3), C(3; 0; 1), các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d đi qua A và song song BC có phương trình tham số :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -2t \end{cases}$$

b) Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$.

c) Đường thẳng d' đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z}{-3}$.

d) Đường thẳng Δ đi qua O vuông góc với đường thẳng BC và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-18}{-5} = \frac{y+10}{4} = \frac{z-2}{1}$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau:

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-5; 4; 1)$.

b) Điểm $M(28; -18; 0)$ thuộc đường thẳng d .

c) Đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -7 - 5t \\ y = 10 - 3t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$ cắt với đường thẳng d .

d) Gọi điểm $D(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(\gamma): 4x - 6y - 5z + 25 = 0$. Khi đó $a + b + c = 11$.

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 12 - 3t \\ y = -7 + 4t \\ z = -5 + t \end{cases}$. Xét tính đúng-sai của các

khẳng định sau:

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-3; -4; 1)$.

b) Điểm $D(9; -1; -4)$ không thuộc đường thẳng d .

c) Đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 9 + 4t \\ z = 1 + t \end{cases}$ song song với đường thẳng d .

d) Gọi điểm $N(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(\beta): 3x - 6y + z + 23 = 0$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Câu 6. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-6} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $N(7; -6; 4)$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau (các kết quả làm tròn đến hàng phần mười):

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-6; -5; 1)$.

b) Điểm $F(3; 3; 2)$ không thuộc đường thẳng d .

c) Mặt phẳng đi qua điểm $E(-2; 0; 4)$ và vuông góc với d có phương trình là $-6x - 5y + z - 16 = 0$.

d) Hình chiếu vuông góc của điểm N trên đường thẳng d là điểm $H(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c = 4,3$.

Phần 3. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Bài 1. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$, điểm $M(2; a; b)$ thuộc d , khi đó $a + b$ bằng ...

Bài 2. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + at \\ z = 2 + bt \end{cases}$ ($a, b \in \mathbb{R}$), biết d vuông góc với mặt

phẳng (P) có phương trình: $2x + y - z + 1 = 0$, khi đó $a.b$ bằng ...

Bài 3. Trong không gian Oxyz có đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và mặt phẳng tọa độ (Oxy) , gọi $\vec{u} = (2; m; n)$ là một vectơ chỉ phương của d , khi đó độ dài của vectơ \vec{u} bằng... (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm..., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi. Với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập

một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 19 \end{cases}$. Vì địa hình phức tạp, người ta

chọn điểm $A(8; 3; 1)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này. Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0; b; 19)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m; n; 0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, CA là nhỏ nhất. Tính $m+n+b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 5. Trong một phần mềm mô phỏng gia công 3D, người ta gắn khối vật liệu với hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị mm). Trục chuyển động của mũi khoan robot được mô tả bởi đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x = 0 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$, với t là tham số. Trên bề mặt khối vật liệu có một đường rãnh dẫn hướng mà

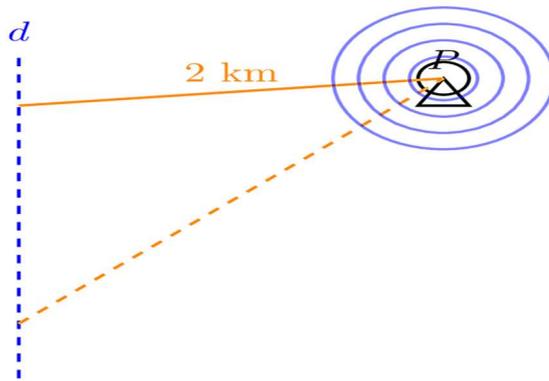
mũi khoan phải đi qua, được mô tả bởi đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = -4 + 3s \\ y = -3 - s \\ z = -8 + 3s \end{cases}$, với s là tham số. Để khoan

đúng kỹ thuật, mũi khoan phải đi qua đúng điểm mà trục mũi khoan cắt đường rãnh dẫn hướng. Gọi điểm giao đó là $M(a; b; c)$. Tính $S = a + b + c$.

Câu 6. Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d . Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của

hệ trục tọa độ Oxyz thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ trong đó t (h) là thời gian chuyển động. Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời

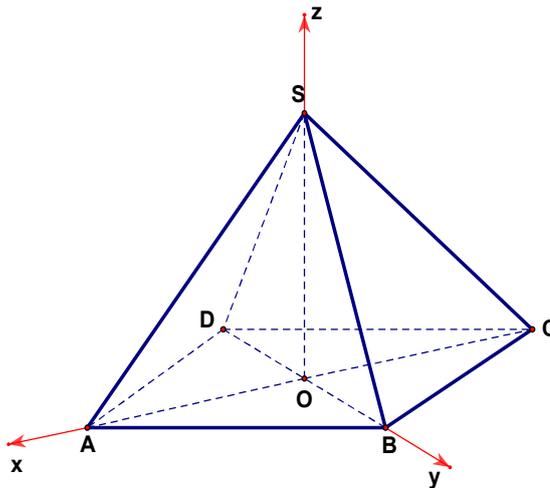
điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a; b; c)$. Tính $P = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phân mười).



Câu 7. Từ điểm $A(-4; -6; -2)$ một đường hầm thẳng X được đào đi qua $B(1; -3; -7)$ với tốc độ đào là 4 m/ngày. Tương tự, một đường hầm thẳng Y được đào từ điểm $M(26; 14; -52)$ và đi qua điểm $N(22; 10; -32)$. Mục tiêu là hai đường hầm gặp nhau tại điểm E . Biết mỗi đơn vị trong hệ trục tương ứng với 100 mét. Hỏi tốc độ đào đường hầm Y bao nhiêu mét mỗi ngày để cả hai cùng đến E trong cùng một ngày (làm tròn đến hàng phân mười).

Phần 4. Tự luận.

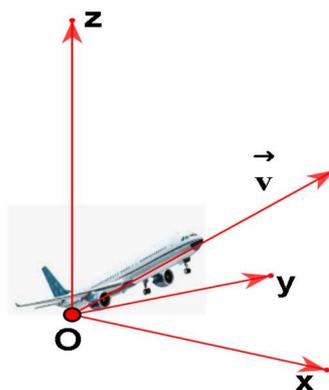
Bài 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = 3\sqrt{2}$, cạnh bên $SA = 5$. Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ sau



- a) Hãy ghi tọa độ các đỉnh của hình chóp đã cho.
- b) Viết phương trình tham số của đường thẳng SA.
- c) Viết phương trình tham số của đường thẳng BD.

Bài 2. Theo đồ họa 3D trong không gian $Oxyz$ một máy bay xuất phát từ điểm $O(0, 0, 0)$ bay thẳng lên không phận và sau 1 phút thì máy bay ở tọa độ $A(4; 5; 9)$. (đơn vị trên các trục tọa độ là km, vận tốc bay km/phút)

- a) Lập phương trình chính tắc của đường thẳng d biểu diễn đường bay.
- b) Hỏi máy bay có đi qua điểm $M(2; 3; 4)$ không?
- c) Nếu phương hướng và vận tốc bay không thay đổi thì sau 3 phút máy bay cách điểm xuất phát bao nhiêu km?



Bài 3. Theo mô phỏng 3D trong không gian Oxyz một người đứng trên mặt đất tại vị trí $O(0; 0; 0)$ điều khiển flycam đang bay thẳng từ vị trí $A(-25; -30; 85)$ đến vị trí $B(150; 200; 40)$. (đơn vị trên các trục là mét)

a) Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d biểu diễn đường bay của flycam.

b) Khi flycam bay theo đường bay d thì khoảng cách gần nhất từ flycam đến người điều khiển là bao nhiêu mét?

c) Vì có sự cố kỹ thuật nên flycam hạ cánh

xuống mặt đất theo đường bay d , khi đó người điều khiển ở cách flycam bao nhiêu mét?

