Mục lục

CHƯƠNG I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ. 2
BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ 2
BÀI 2. CỰC TRỊ HÀM SỐ 7
BÀI 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ 11
BÀI 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN VÀ ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3 22
KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỶ 27
PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM 29
Chương II. VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 32
BÀI 1. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN 33
BÀI 2: TOẠ ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN 36

CHƯƠNG I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ.
BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1. ĐỊNH NGHĨA. Giả sử hàm số y= f(x) xác định trên K.
- Hàm số y= f(x) đồng biến (tăng) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- Hàm số y= f(x) nghịch biến (giảm) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là hàm số đơn điệu trên K.

2. ĐỊNH LÍ. Giả sử hàm số f (x) có đạo hàm trên khoảng K.

a) f′ (x) > 0, $\forall x \in K$ => f(x) đồng biến trên K.

f′ (x) < 0, $\forall x \in K$ => f(x) nghịch biến trên K.

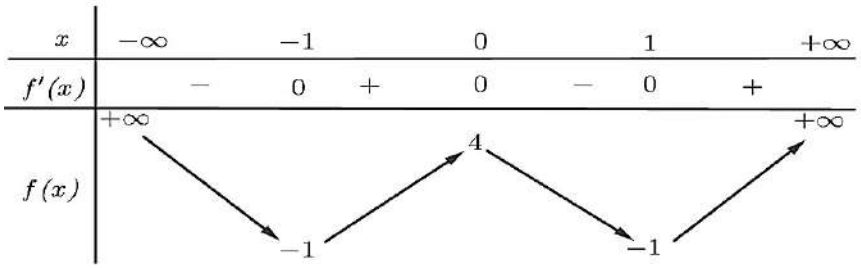
b) f′(x) ≥ 0,∀x∈ K và f'(x)=0 tại một số hữu hạn điểm trên K => f(x) đồng biến trên K

f′(x) ≤ 0, ∀x∈ K và f'(x)=0 tại một số hữu hạn điểm trên K=> f(x) nghịch biến trên K

Khoảng K được gọi chung là khoảng **đơn điệu** của hàm số.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

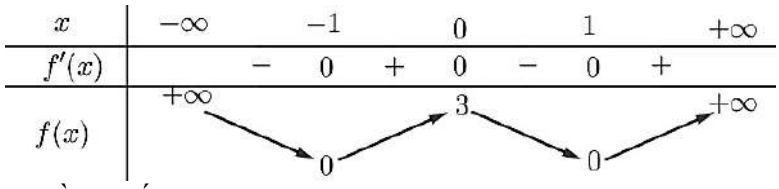
Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$

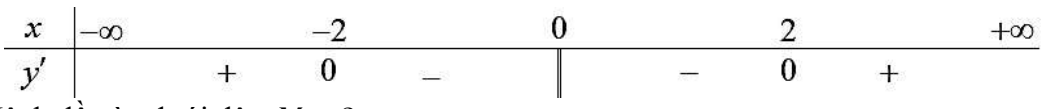
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

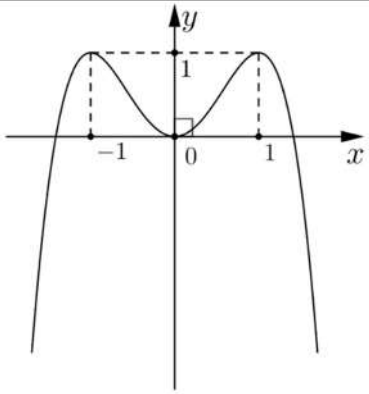


Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$

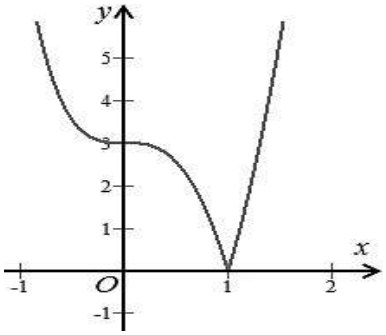
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

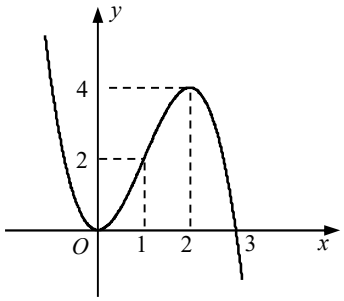
A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\geq -1 \\ m\leq -2 \end{array}\right.$. **B.** $-2\leq m\leq -1$. **C.** $-2<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-2 \end{array}\right.$.

Câu 7. Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y=x^3-3x^2+3(m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\geq 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m\geq 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 4 **B.** Vô số **C.** 3 **D.** 5

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(3;4)$.

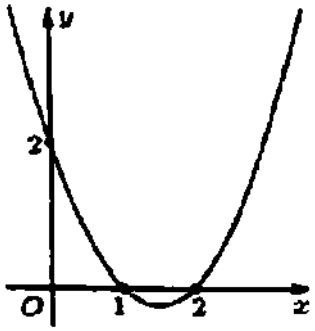
Câu 10. Cho hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

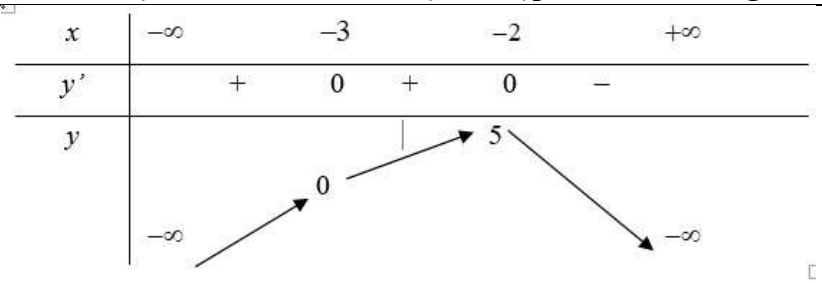
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hàm số $g(x)=f(x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:



Khi đó:

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-3;-2)$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Khi đó:

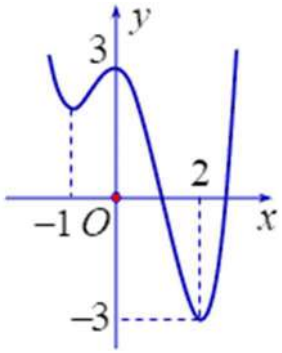
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khi đó

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

c) Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

d) Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$. Khi đó:

a) Tập xác định $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

c) Hàm số nghich biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=-1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

b) Đạo hàm của hàm số là $y'=3x^2+2(m+1)x+3$

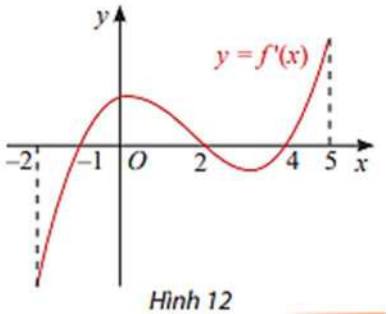
c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Phần III. Tự Luận

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$. Hàm số nghịch biến trên (a;b), với a, b là các nghiệm nguyên của phương trình y'=0. Khi đó a+b?

Câu 2. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như Hình 12. Hàm số y= f(x) đồng biến trên các khoảng (a;b), (c;d). Tổng a+b+c+d bằng?



Hình 12

Câu 3. Tìm m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trả lời:……..

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m+3}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S.

Trả lời:……..

Câu 5. Số giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020;2020)$ của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2019$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

Trả lời:……..

Câu 5. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t)=\dfrac{1}{3}t^3-3t^2+5t+2$ với $t\geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

Câu 6. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Hỏi phải thả cá trong khoảng nào trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để số gam tăng?

Câu 7. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 *km*. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t,$ trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng nào thì năng lượng tiêu hao của cá giảm?

BÀI 2. CỰC TRỊ HÀM SỐ

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

A. $x=1$. B. $(3;1)$. C. $x=3$. D. $\left(1;\frac{7}{3}\right)$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây không có cực trị ?

A. $y=\frac{x^2+1}{x}$ B. $y=\frac{2x-2}{x+1}$ C. $y=x^2-2x+1$ D. $y=-x^3+x+1$

Câu 3. Hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0 B. 2 C. –4 D. 3

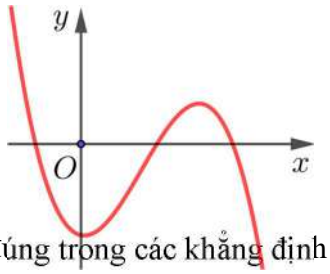
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$ B. $x=-2$ C. $x=2$ D. $x=1$

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0 B. 2

C. 1 D. 3

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=2x^3-9x^2-24x+1$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

(1) Điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

(2) Điểm cực tiểu của hàm số là $x=4$.

(3) Giá trị cực đại của hàm số là $y=14$.

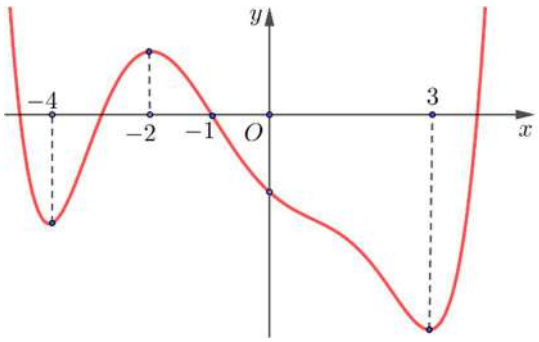
(4) Giá trị cực tiểu của hàm số là $y=-111$.

A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 8. Tìm các điểm cực trị của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$.

A. $x_{CĐ}=-3,\ x_{CT}=1$. B. $x_{CT}=-3,\ x_{CĐ}=1$. C. $x_{CĐ}=-5,\ x_{CT}=3$. D. $x_{CT}=-5,\ x_{CĐ}=3$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng ?



A. Điểm cực đại của hàm số là $x=-4$.

B. Điểm cực đại của hàm số là $x=-2$.

C. Điểm cực tiểu của hàm số là $x=-2$.

D. Điểm cực đại của hàm số là $x=3$.

Câu 10. Cho hàm số $y=x-2\sqrt{x^2+4}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

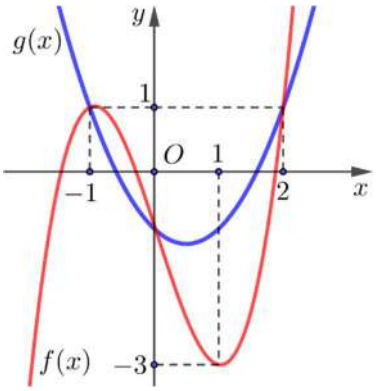
A. Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2\sqrt{3}$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1\le x\le 18)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x)=x^3-3x^2-20x+500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Vậy hộ này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét để thu được lợi nhuận tối đa?

A. 6 mét. B. 10 mét. C. 18 mét. D. 12 mét.

Phần 2. Câu tắc nghiệm đúng sai



Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị là các đường cong như trong hình dưới đây.

a) Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0>1$.

b) Hàm số $y=g(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là $x=1$.

d) Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $y_0=1$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x+\dfrac{2}{3}$ có đồ thị (C).

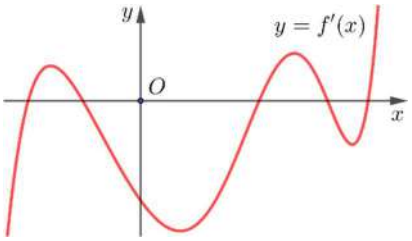
a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $x=3$.

c) Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $x=1$.

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục và có đồ thị trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên.



a) Hàm số $y=f(x)$ đã cho có 4 điểm cực trị.

b) Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

c) Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực đại.

d) Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại dương.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+4$. Đặt $g(x)=3f\left[f(x)\right]+4$.

a) Hàm số $g(x)$ có 8 điểm cực trị.

b) Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực đại.

c) Hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.

d) Điểm $x_0=0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=g(x)$.

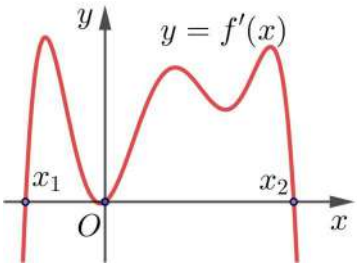
Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x\left(x^2-1\right)\left(x+1\right)^3$. Khi đó, hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại ?

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ bao nhiêu có điểm cực tiểu và điểm cực đại ?

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=\left(x^2-1\right)\left(x-4\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f\left(3-x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

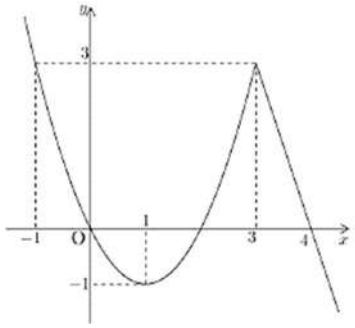
Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-m\left(m+1\right)x+m^3+1}{x-m}$ có cực đại, cực tiểu đồng thời điểm cực đại của đồ thị hàm số nằm trên parabol $\left(P\right):y=-2x^2$.

BÀI 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

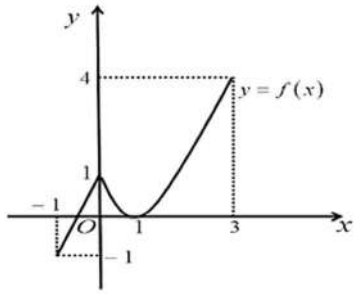
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 4]$.



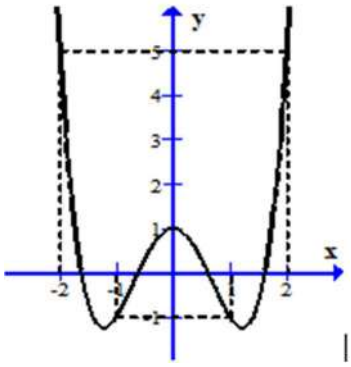
A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Ta có giá trị của $M+2m$ là



A. $M+2m=1$. **B.** $M+2m=2$. **C.** $M+2m=3$. **D.** $M+2m=4$.

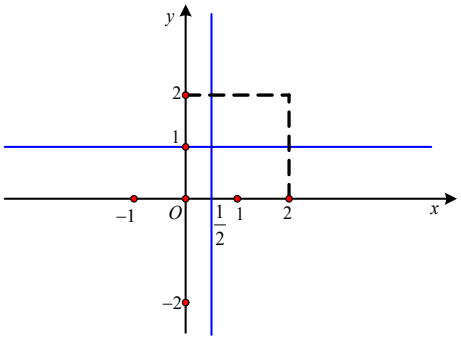
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1;2]$ bằng?

A. 5. **B.** 2.
C. 1. **D.** không xác định được.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.

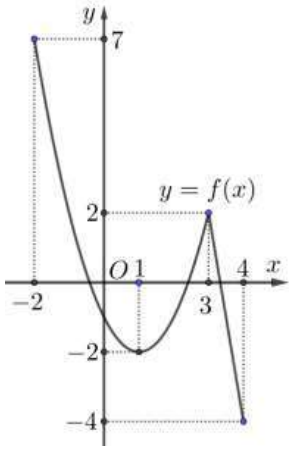


Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\max\limits_{[1;2]} f(x)=2$. **B.** $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=0$.

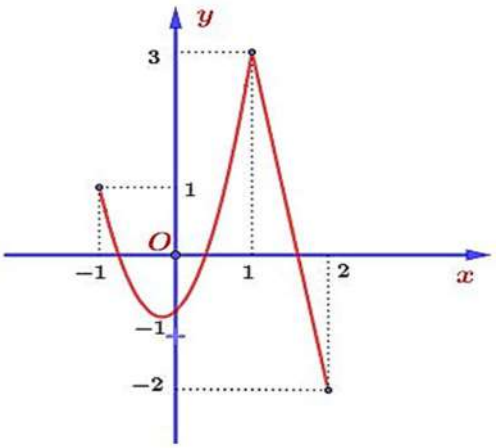
C. $\max\limits_{[-3;0]} f(x)=f(-3)$. **D.** $\max\limits_{[3;4]} f(x)=f(4)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng



A. 5. **B.** 3. **C.** 0. **D.** −2

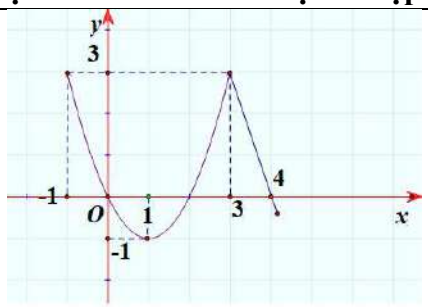
Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ?



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+m$ bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

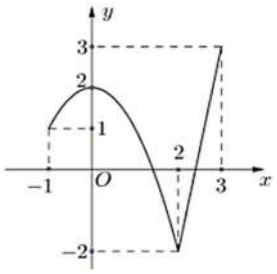
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[1;4]$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

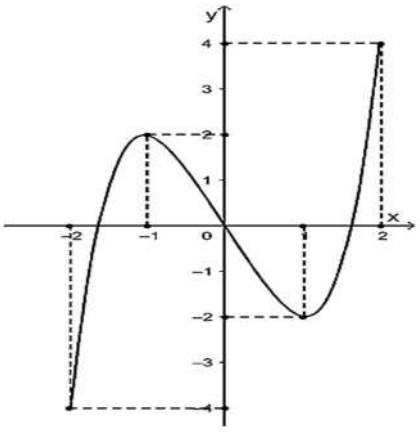


A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 9: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$. Tỉ số $\dfrac{M}{m}$ bằng

A. $-\dfrac{6}{5}$. **B.** -3. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** -2.

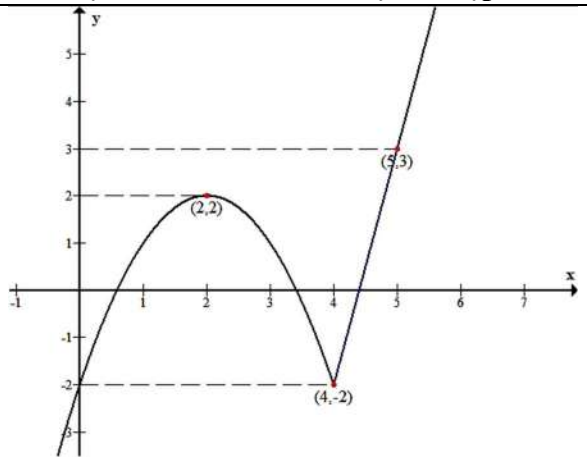
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Đặt $M=\max\limits_{[-2;2]} f(x), m=\min\limits_{[-2;2]} f(x)$. Khi đó $M+m$ bằng

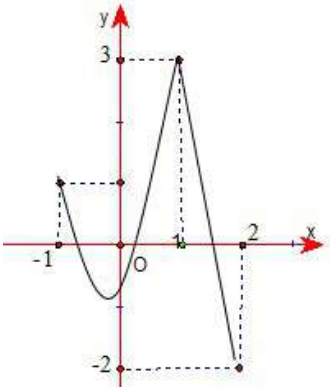
A. 0. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$.



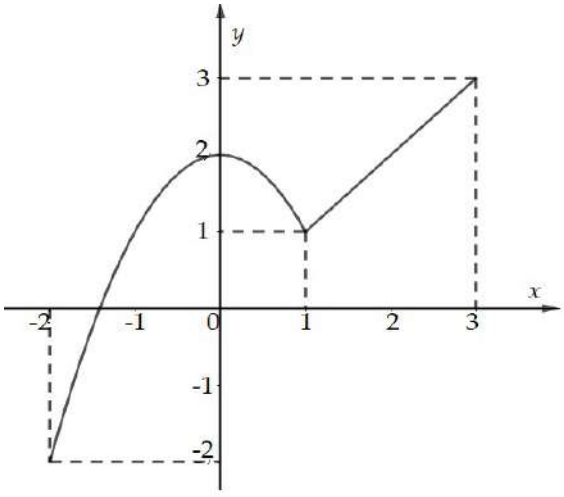
A. $\max\limits_{[0;5]} y = 5$. **B.** $\max\limits_{[0;5]} y = 3$. **C.** $\max\limits_{[0;5]} y = 4$. **D.** $\max\limits_{[0;5]} y = 2$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+m$ bằng



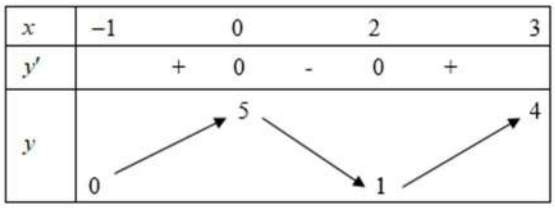
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x), x \in [-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị $M+m$ là



A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

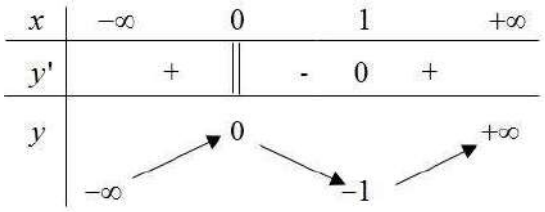
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?



A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

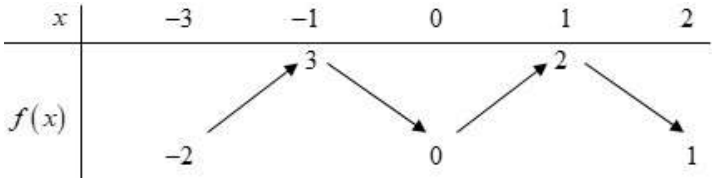
A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số có đúng hai cực trị.

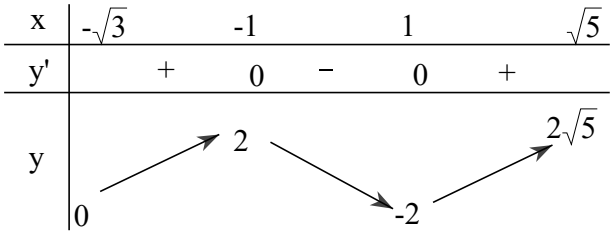
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M + m$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

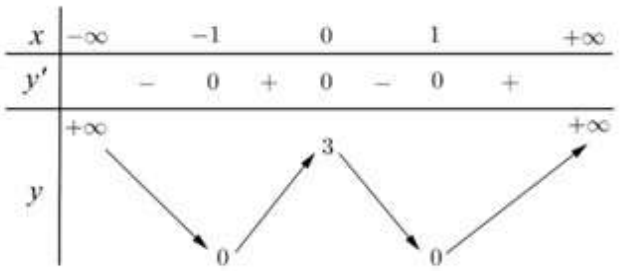


Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 0$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 2\sqrt{5}$.

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 2$. **D.** $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = -2$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 19: Tính tổng bình phương giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+4x^2+3$ trên đoạn $[-1;1]$?

A. 121. **B.** 64. **C.** 73. **D.** 22

Câu 20: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m=5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\dfrac{17}{4}$. **D.** $m=10$.

Câu 21: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. -5. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 22: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

A. $M-m=-\dfrac{9}{4}$. **B.** $M-m=3$. **C.** $M-m=\dfrac{9}{4}$. **D.** $M-m=\dfrac{1}{4}$.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$ là

A. $\dfrac{1}{3}$.. **B.** 5.. **C.** -5.. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 24: Gọi M, m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m$.

A. $P=1$. **B.** $P=-\dfrac{13}{3}$. **C.** $P=-5$. **D.** $P=-3$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{41}{5}$. **C.** 17. **D.** -8.

Câu 26: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Tính $T=M+m$.

A. $T=32$. **B.** $T=16$. **C.** $T=37$. **D.** $T=25$.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3x^4+4x^3+1$ bằng

A. 11. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-2x^3+3x^2-1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng:

A. 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-3x^3+x^2-5$.

C. $y=x^3+3x^2-7x+1$. **D.** $y=-2x^4-x^2+5$.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng bao nhiêu?

A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -2

Câu 33: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m?

A. $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Câu 34: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-2}$ trên $(2;6]$.

A. $\min\limits_{(2;6]} y=9$. **B.** $\min\limits_{(2;6]} y=8$. **C.** $\min\limits_{(2;6]} y=4$. **D.** $\min\limits_{(2;6]} y=3$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hám số $y=3x+\dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng:

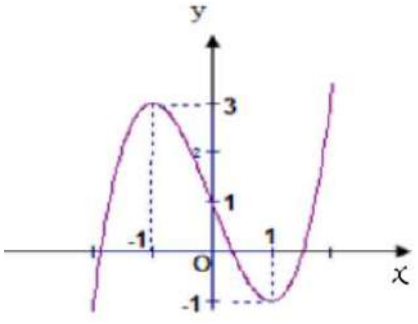
A. $4\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{301}{5}$. **D.** 7.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) $\min\limits_{[0;1]} y=-\dfrac{1}{2}$. **b)** $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **c)** $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **d)** $\min\limits_{[0;1]} y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

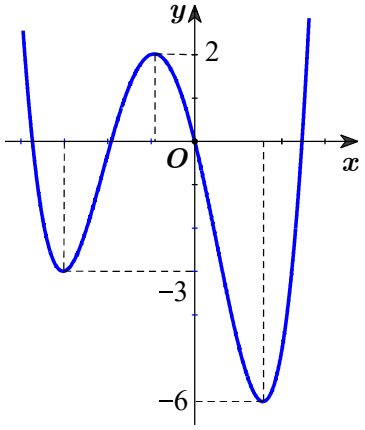


a) $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$. **b)** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=3$.

c) $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x) = +\infty$.

d) $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -6.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -6$.

d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong $[-1;3]$ cho bởi hình dưới đây. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y		↗	5	↘		↗	4
	0				1		

a) $M = 1$.

b) $M = 5$.

c) $M = 0$.

d) $M = 4$.

Câu 5: Một hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	‖	−	
y		↗	4	↘	2	↗	5	↘	0
	1								

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

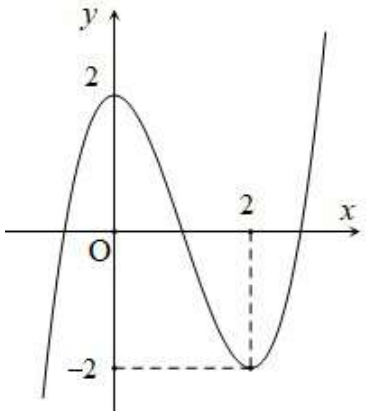
a) $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$.

b) $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 2$.

c) $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 4$.

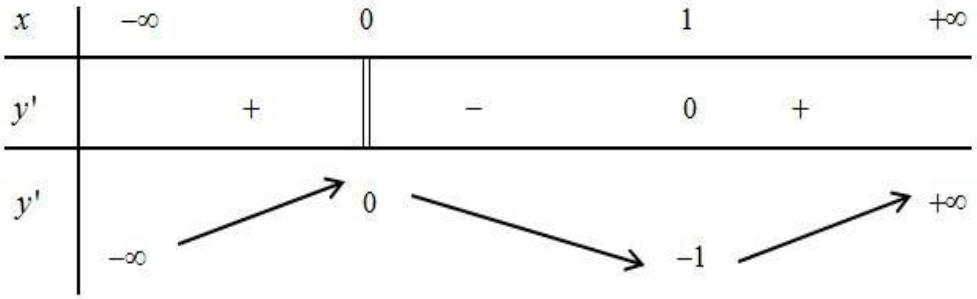
d) $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $m+M=2$.
b) $m+M=-2$.
c) $m+M=0$.
d) $m+M=4$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

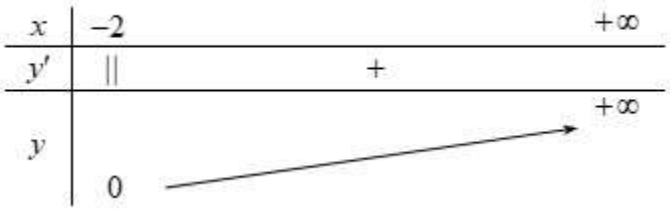
a) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.

b) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

c) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 8: Cho hàm số $y=\sqrt{x+2}$ có bảng biến thiên dưới đây. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.
b) Hàm số có giá trị lớn nhất.
c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2.
d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 9: Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;\ 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

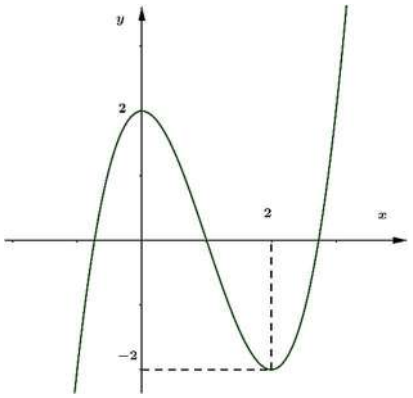
a) $M = f(-1)$.
b) $M = f(0)$.
c) $M = f(5)$.
d) $M = f(4)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?
a) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
b) Hàm số có hai cực trị.
c) Hàm số có đúng một cực trị.
d) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $m + M = 2$.
b) $m + M = -2$.
c) $m + M = 0$.
d) $m + M = 4$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	5	↘	-2	↗	4	↘	-1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất.

b) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

c) Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

Phần III. Tự Luận

Câu 1: Hộp sữa $1l$ được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh x cm. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

Trả lời:

Câu 2: Một hợp tác xã nuôi cá trong hồ. nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng:P(n) = 480 - 20n (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Trả lời:

Câu 3: Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là $36\ \text{m}^3$, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?\

Trả lời:

Câu 4: Ông A dự định sử dụng hết 5m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+9t^2+t+10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

Trả lời:

Câu 6: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-2t^3+24t^2+9t-3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 7: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s=-t^3+6t^2+17t$, với t là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng

Trả lời:

Câu 8: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+3t^2-2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Chuyển động có vận tốc lớn nhất là

Trả lời:

Câu 9: Ông A dự định sử dụng hết $6,5\,\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 10: Một ông nông dân có 2400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 11: Tìm m để tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5.

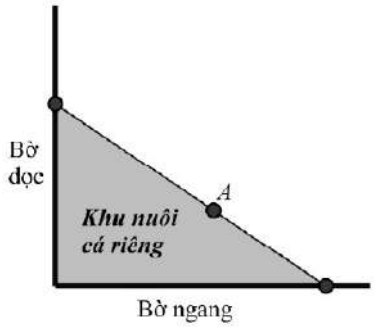
Trả lời:

Câu 12: Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ

Nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng$/m^2$. Số tiền trả ít nhất cho nhân công mà ông phải trả với số là:

Trả lời:

Câu 13: Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12m$



Trả lời:

Câu 14: Ông A dự định sử dụng hết $6,7m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời:

BÀI 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN VÀ ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn:

Câu 1: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị *(C)*. Tìm tọa độ giao điểm *I* của hai đường tiệm cận của đồ thị *(C)*.

A. $I(-2;2)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-2;-2)$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y=5$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+4x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Trong các hàm số dưới đây đồ thị hàm số nào có tiệm cận xiên?

A. $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **B.** $y=x^3+3x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x^3-2x-1}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$.

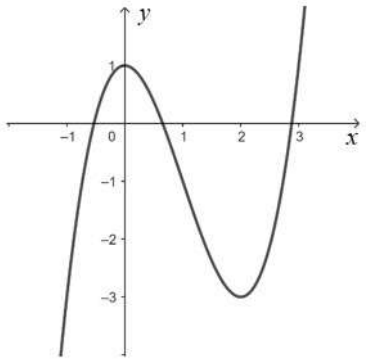
Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x-1}{x-2}$, tiệm cận xiên của đồ thì hàm số là đường thẳng.

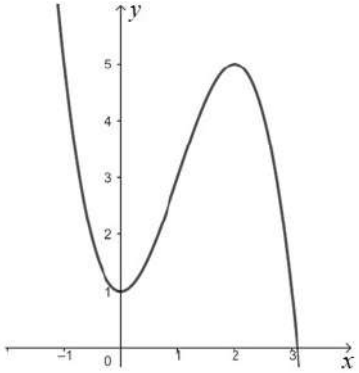
A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 7: Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

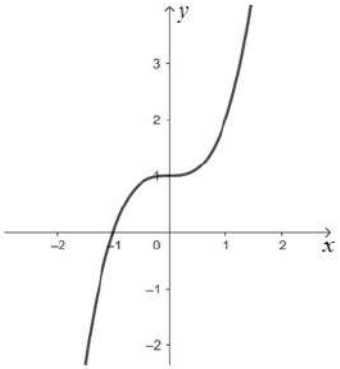
A. $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-2x+3}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x^2+x+1}{2x+1}$.

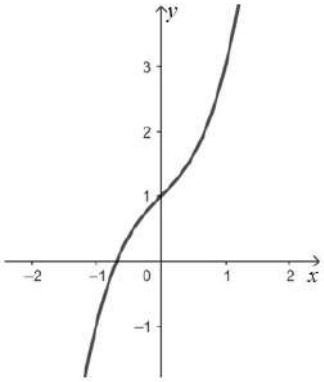
Câu 8: Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=x^3+x+1$

A. 

. **B.** 

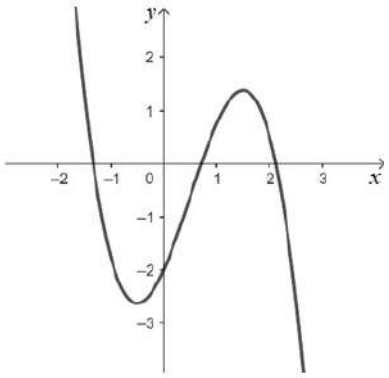
.

C. 

. **D.** 

.

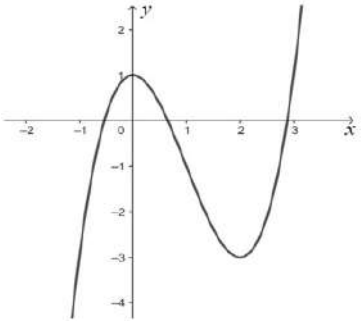
Câu 9: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



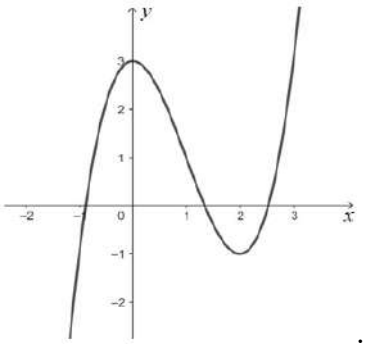
A. $a<0;b>0;c>0;d<0$. **B.** $a<0;b<0;c>0;d<0$.

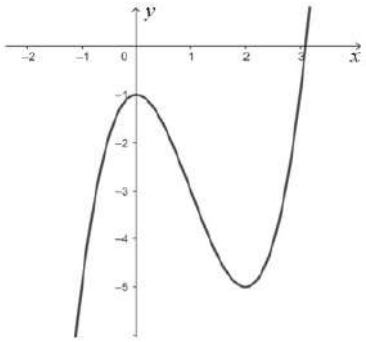
C. $a>0;b<0;c<0;d>0$. **D.** $a<0;b>0;c<0;d<0$.

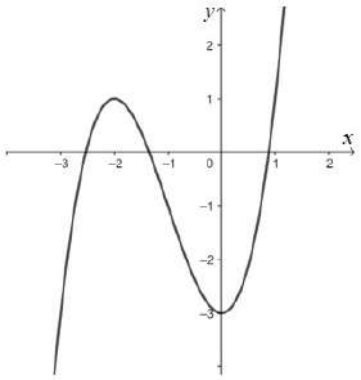
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới

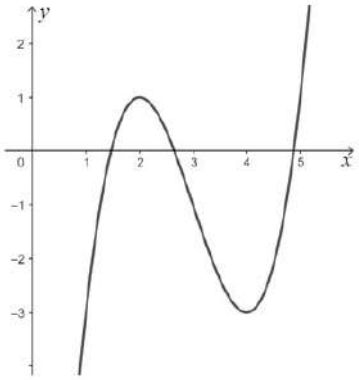


Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x) + 2$.

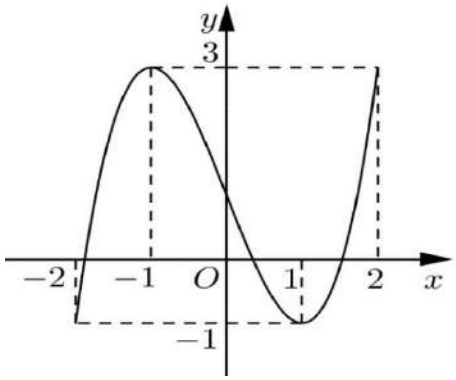
A.  .

B.  .

C.  .

D.  .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2;2]$ là:



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Phần 2. Trắc nghiệm đúng sai:

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{1-4x}{2x-1}$, khi đó:

a. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

b. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\frac{1}{2}$.

c. Đường tiệm cận ngang cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x-2$ tại 3 điểm.

d. Hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Trả Lời

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+3}{x-1}$, khi đó:

a. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

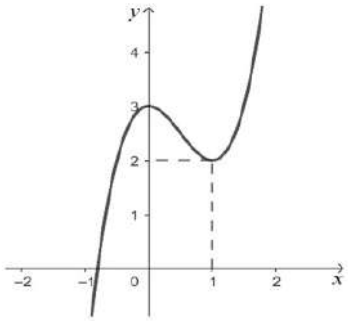
b. Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

c. Giao điểm của hai tiệm cận nằm trục hoành.

d. Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x+y=0$.

Trả Lời

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



a. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

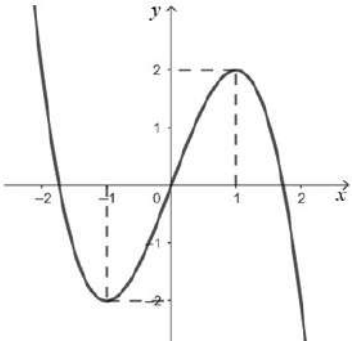
b. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

c. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

d. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

Trả Lời

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



a. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

b. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2024}$ là 3.

d. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 2024$ tại 3 điểm phân biệt.

Trả Lời

Phần 3. Tự luận:

Bài 1. Tìm các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau: $y = \dfrac{3-4x}{x-1}$

Bài 2. Tìm các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

$a) y = 2x + 1 - \dfrac{1}{x+2}$; $b) y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2x+1}$.

Bài 3.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 + 6x - 3$.

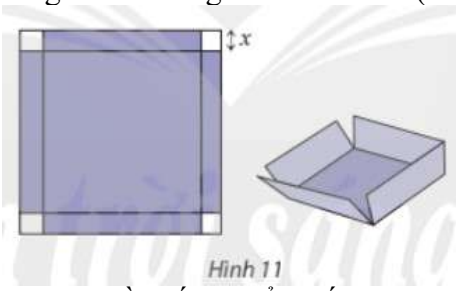
b) Chứng minh rằng phương trình $-x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 + 6x - 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm nhỏ hơn $\dfrac{1}{2}$.

Bài 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

a) Tìm điểm I thuộc đồ thị hàm số biết hoành độ của I là nghiệm của phương trình $y'' = 0$.

b) Chứng minh rằng I là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Bài 5. Bạn Việt muốn dùng tấm bìa hình vuông cạnh $6dm$ làm một chiếc hộp không nắp, có đáy là hình vuông bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ ở bốn góc của tấm bìa (Hình 11).



Hình 11

Bạn Việt muốn tìm độ dài cạnh hình vuông cần cắt bỏ để chiếc hộp đạt thể tích lớn nhất.

a) Hãy thiết lập hàm số biểu thị thể tích hộp theo x với x là độ dài cạnh hình vuông cần cắt đi.

b) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số tìm được.

Từ đó, hãy tư vấn cho bạn Việt cách giải quyết vấn đề và giải thích vì sao cần chọn giá trị này.

(Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỶ

1. Dạng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad (c\neq 0, ad-bc\neq 0)$

+) Tập xác định: $\mathrm{D}=\mathrm{R}\setminus\left\{-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{c}}\right\}$

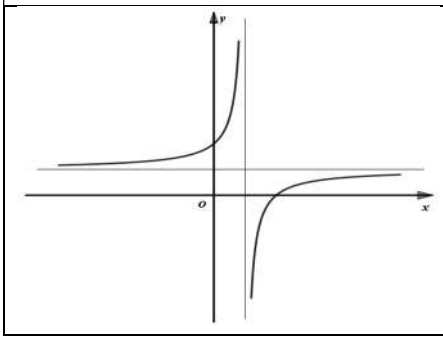
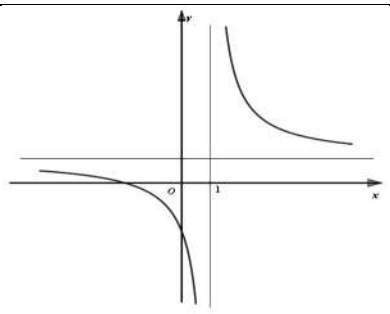
+) Đạo hàm: $\mathrm{y}=\dfrac{\mathrm{ad}-\mathrm{bc}}{(\mathrm{cx}+\mathrm{d})^2}$

- *Nếu* $\mathrm{ad}-\mathrm{bc}>0$ *hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.*

- *Nếu* $\mathrm{ad}-\mathrm{bc}<0$ *hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.*

+) Đồ thị hàm số có: TCĐ: $\mathrm{x}=-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{c}}$ và TCN: $\mathrm{y}=\dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{c}}$

+) Đồ thị có tâm đối xứng: $\mathrm{I}\left(-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{c}};\dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{c}}\right)$

$\mathrm{ad}-\mathrm{bc}>0$ ⇔ **y'>0 : hàm số đồng biến**	$\mathrm{ad}-\mathrm{bc}<0$ ⇔ **y'< 0 : hàm số nghịch biến**
	

2. Dạng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\quad (a,m\neq 0)$, $\mathrm{x}=-\dfrac{\mathrm{n}}{\mathrm{m}}$ không là nghiệm của tử số).

1. Tập xác định: **D = R**$\setminus\{-\dfrac{\mathrm{n}}{\mathrm{m}}\}$.

2. Giới hạn và tiệm cận

* Tiệm cận đứng : $\mathrm{x}=-\dfrac{\mathrm{n}}{\mathrm{m}}$

*Tiệm cận xiên : $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}=Ax+B+\dfrac{C}{mx+n}$ suy ra y= Ax+B là tiệm cận xiên .

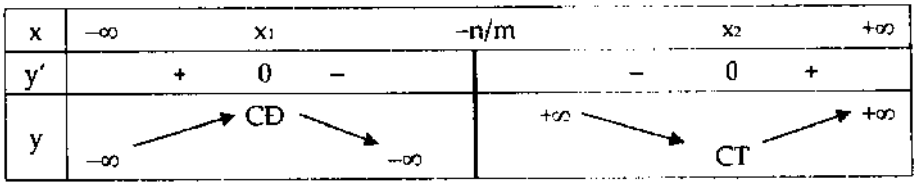
3. Khảo sát sự biến thiên

+ Đạo hàm : $y'=\dfrac{amx^2+2anx+bn-cm}{(mx+n)^2}$, + Dấu y′ là dấu của g(x)= $amx^2+2anx+bn-cm$

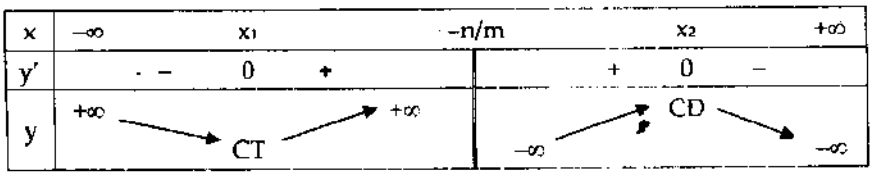
+ $\Delta_g>0$: Hàm số có 2 cực trị. + $\Delta_g\leq 0$: Hàm số không có cực trị.

+ Bảng biến thiên:

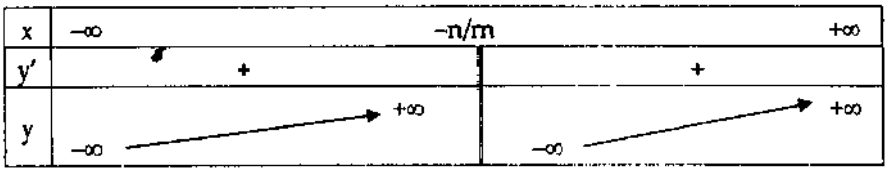
+ Hàm số **có 2** cực trị và a.m >0.



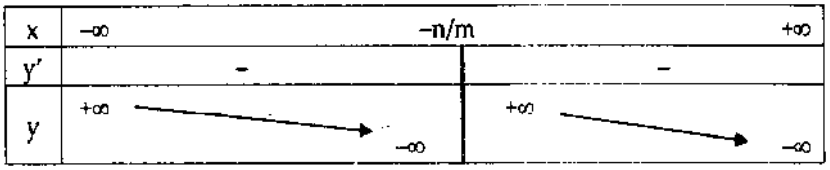
+ Hàm số **có 2** cực trị và a.m<0.



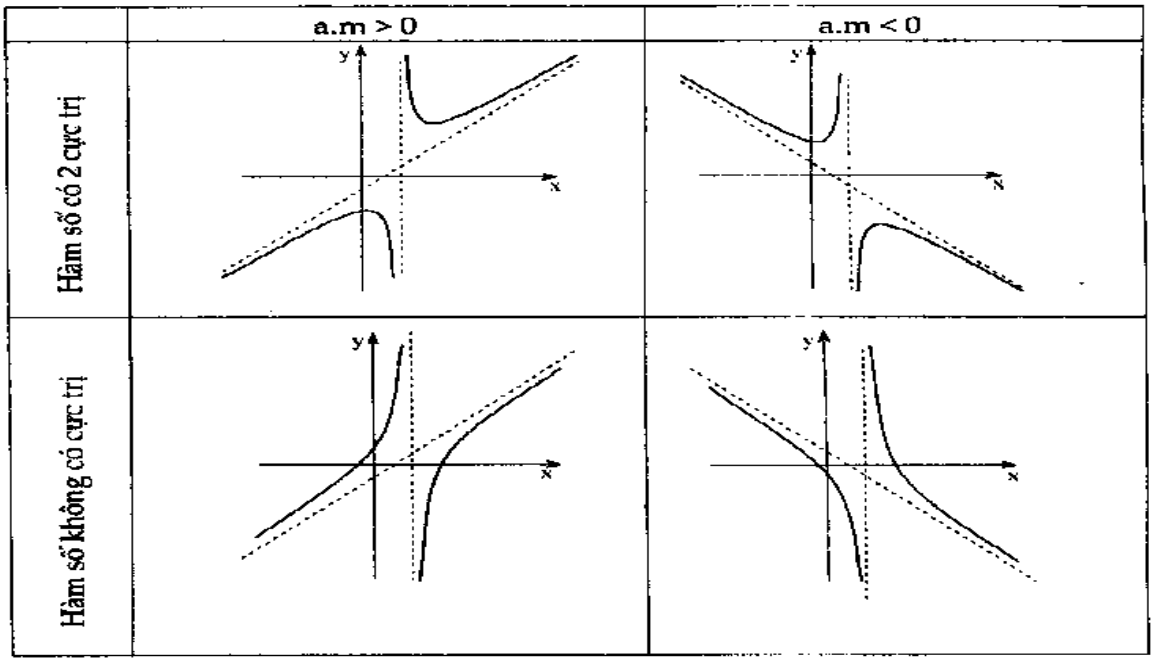
+ Hàm số **không có** cực trị và a.m>0.



+ Hàm số **không có** cực trị và a.m<0.



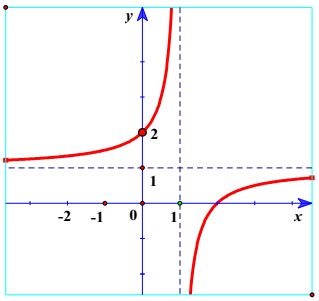
4. Đồ thị: **Nhận xét**: Đồ thị nhận giao điểm của hai tiệm cận đứng và xiên làm tâm đối xứng.



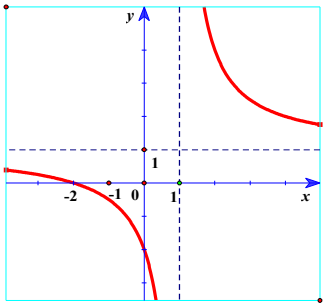
PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

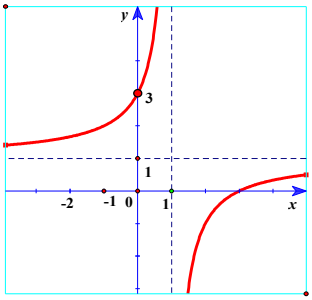
A.



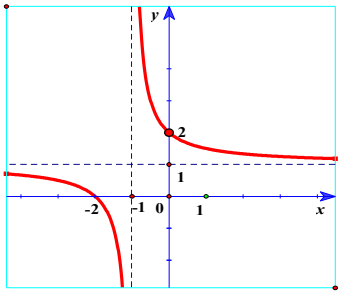
B.



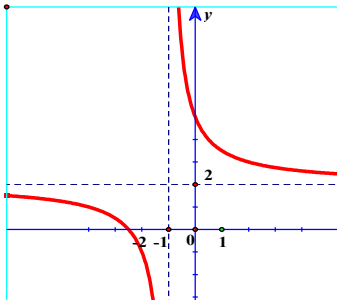
C.



D.



Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3+3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 3. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1

A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$.

Câu 4. Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3	$\searrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\searrow$	3

B.

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

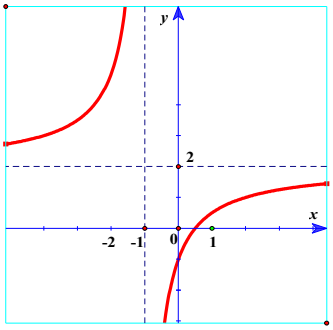
C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$ $\searrow$	$-\infty$

D.

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$ $\searrow$	3

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào là **đúng?**



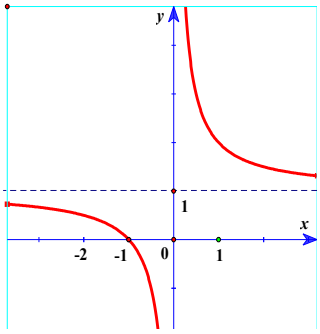
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

B. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**



A. Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$ $\searrow$	-1

Khẳng định nào **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=1$.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Câu 8 . Tiệm cận xiên của hàm số : $y=-x+1+\dfrac{1}{x-1}$ là:

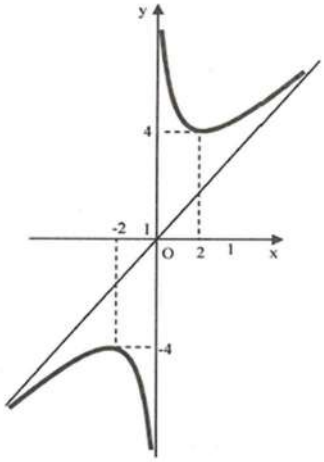
A. y = -x +1 **B.** y = x – 1 **C.** y = -x – 1 **D.** y = x

Câu 9 . Đường thẳng y = x+2 là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$

C. $y=\dfrac{x^2+x-2}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{x^2}{1-x}$

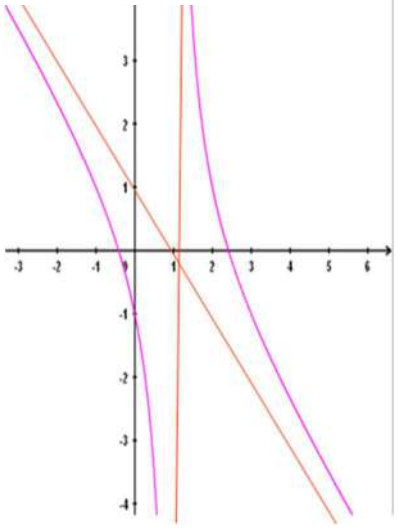
Câu 10 : Đồ thị bên là của hàm số nào sau đây :



A. $y=\dfrac{x^2+4}{x}$ **B.** $y=\dfrac{x^2-4}{x}$

C. $y=\dfrac{-x^2+4}{x}$ **D.** $y=\dfrac{-x^2-4}{x}$

Câu 11 : Đồ thị bên là của hàm số nào sau đây :



A. $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{-x^2+2x+1}{x-1}$

C. $y=\dfrac{-x^2+1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{-x^2+2x+1}{x+1}$

Câu 12 : Bảng biến thiên sau của đồ thị hàm số nào?

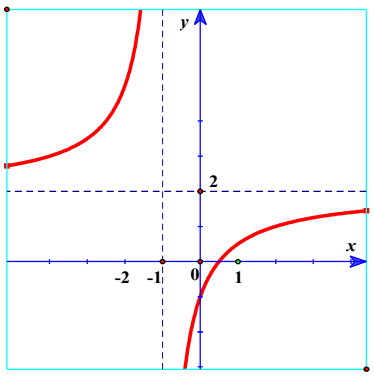
x	$-\infty$	-2		-1		0	$+\infty$
y'	+	0	−	‖	−	0	+
y		CĐ		$+\infty$ ‖			$+\infty$
	$-\infty$		$-\infty$	‖		CT	

A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x+1}$

B. $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x-1}$ **D.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$

PHẦN 2: Đúng / sai

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên.



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$. **Đ / S**

B. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. **Đ / S**

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **Đ / S**

D. Hàm số có hai cực trị. **Đ / S**

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-7}{3-x}$. Khi đó

A. Tiệm cận ngang $y=\dfrac{2}{3}$, Tiệm cận đứng : x = 3 **Đ / S**

B. Hàm số không có cực trị. **Đ / S**

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Đ / S**

D. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là I(3; -2). **Đ / S**

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$.

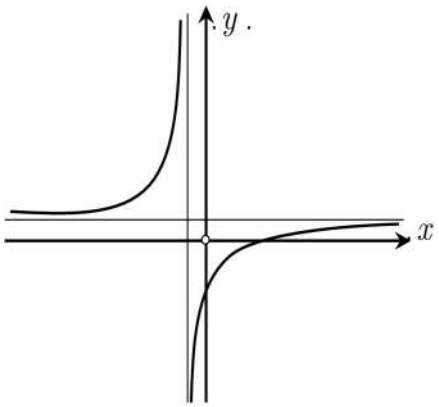
A. Tiệm cận xiên là đường thẳng y = x – 1 **Đ / S**

B. Hàm số có 2 cực trị **Đ / S**

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ **Đ / S**

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là y = 2 **Đ / S**

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị là hình vẽ bên.



A. Đạo hàm y' > 0 với mọi x khác $-\frac{d}{c}$ **Đ / S**

B. Tiệm cận đứng $\boldsymbol{x = -\frac{d}{c} < 0}$ **Đ / S**

C. $bd < 0$ và $ab > 0$. **Đ / S**

D. Hàm số nghịch biến trên tập xác định. **Đ / S**

PHẦN 3 : Tự luận

Bài 1: Cho hàm số $y = \dfrac{x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số trên.

b) Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), tính độ dài đoạn AB ?

Bài 2: Cho hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{1 - x}$ có đồ thị (C). Tìm tham số thực m để đường thẳng $d : y = m - 2x$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1x_2 - 8(x_1 + x_2) = 7$.

Bài 3: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + m}{x - 1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).của hàm số với m = 2.

b) Tìm m để hàm số có 2 cực trị.

Bài 4: Cho h/s $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{2x - 2}$ có đồ thị (C) và điểm M bất kỳ thuộc (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận tại A và B.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ (C).

b) CMR: M là trung điểm AB;

c) CMR: Tích khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là không đổi;

Chương II. VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn:

Câu 1. Trong không gian cho ba điểm A, B, C tùy ý, tìm kết luận **sai?**

A. $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ **C.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$ **D.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$

Câu 2. Cho hình bình hành ABCD, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$.

Câu 3. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', có bao nhiêu vectơ bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', có bao nhiêu vectơ có độ dài bằng độ dài véc tơ $\overrightarrow{AB}$?

A. 4. **B.**7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 5. Công thức nào sau đây dùng để tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\vec{a}.\vec{b}.\sin(\vec{a},\vec{b})$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=\vec{a}.\vec{b}.\cos(\vec{a},\vec{b})$.

C. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin(\vec{a},\vec{b})$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Câu 6. Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD, khi đó vectơ $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{ND}$ bằng

A. $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{NM}$. **C.** $\overrightarrow{MN}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

Câu 7. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' , công thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O, khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{SO}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD})$. **B.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$. **D.** $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SD}$

Câu 9. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ cạnh bằng 2, độ dài véctơ $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 6.

Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC, góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 120°. **D.** 45°.

Câu 11. Ba lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 3N, 4N, 5N . Độ lớn hợp lực của ba lực đã cho bằng

A. 12N. **B.** 7N. **C.** $5\sqrt{2}$ N. **D.** $4\sqrt{3}$ N.

Phần 2. Trắc nghiệm đúng sai:

Câu 12. Trong không gian các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Góc giữa hai véc tơ trong không gian có giá trị từ 0° đến 90°. **A.** Đúng **B.** Sai.

b) Góc giữa hai vectơ khác $\vec{0}$ được tính theo công thức $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}$. A. Đúng B. Sai.

c) Với véc tơ $\vec{a}$ bất kỳ ta có $\vec{a}.\vec{a} = |\vec{a}|^2$. A. Đúng B. Sai.

d) Với hai vectơ bất kỳ ta có $\vec{a}$ vuông góc $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0$. A. Đúng B. Sai.

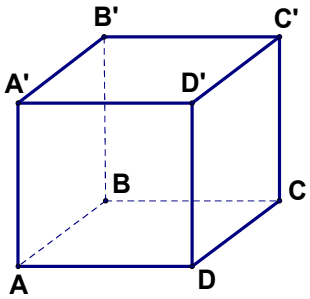
Câu 13. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 1, các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90°. A. Đúng B. Sai.

b) Độ dài véc tơ $\overrightarrow{AC}$ bằng 2. A. Đúng B. Sai.

c) I là trung điểm B'C', ta có $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$. A. Đúng B. Sai.

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD} = 1$ A. Đúng B. Sai.



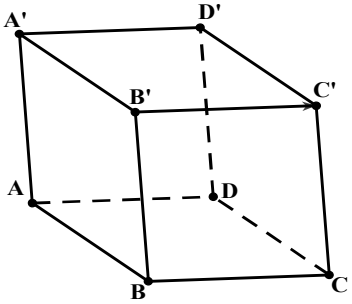
Câu 14. Cho hình hộp ABC**D.**A'B'C'D', các kết quả sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$ A. Đúng B. Sai.

b) $\overrightarrow{DB'} + \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'}$ A. ĐúngB. Sai.

c) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{D'A'}$ A. Đúng B. Sai.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{D'A'}$ A. Đúng B. Sai.



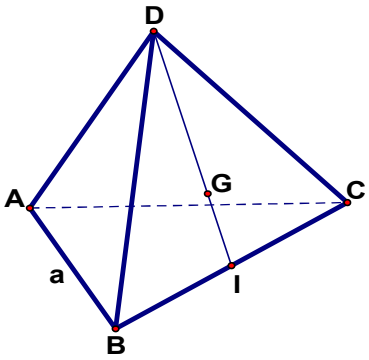
Câu 15. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a, gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác BCD, các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{a^2}{2}$. A. Đúng B. Sai.

b) Góc $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right) = 60^o$. A. Đúng B. Sai.

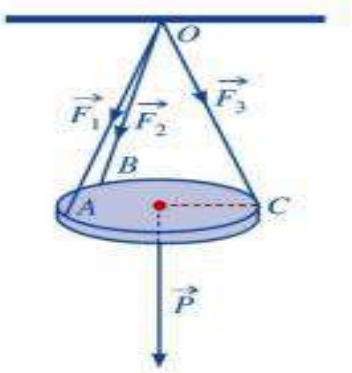
c) Độ dài $\left|\overrightarrow{AG}\right| = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. A. Đúng B. Sai.

d) $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{DB} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ A. Đúng B. Sai.



Phần 3. Tự luận:

Câu 16. Một chiếc đèn led hình tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn sao cho OA, OB, OC vuông góc từng đôi một. Các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi sợi dây có độ lớn $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 10N$ (hình vẽ). Tính trọng lượng của đèn tròn.



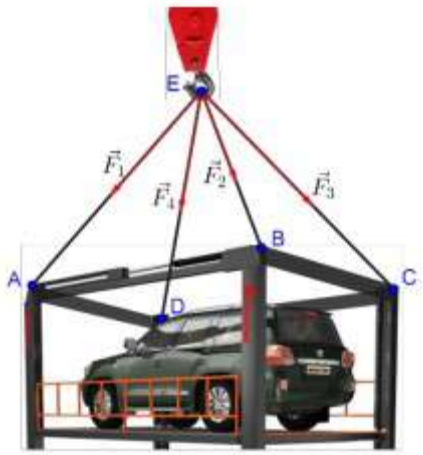
Câu 16. Một em nhỏ cân nặng 20kg trượt trên cầu trượt có độ dài 5m, cầu trượt có góc nghiêng theo phương nằm ngang là 40° (hình vẽ).

a) Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn bằng $9,81m/s^2$.

b) Tính công sinh ra bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt.

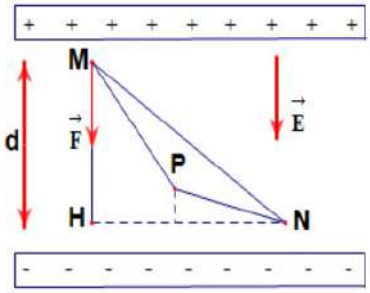
Câu 18. Một thủ môn dùng lực để phát quả bóng có khối lượng 0,4kg về phía khung thành đối phương. Muốn quả bóng bay với gia tốc $95m/s^2$ thì thủ môn đó cần phải tác động vào quả bóng một lực có độ lớn bằng bao nhiêu Niuton?

Câu 19. Một xe chở hàng đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật, bốn đỉnh A, B, C, D ở mặt đáy trên khung sắt được nối với móc E của cần cẩu bằng các đoạn dây xích có độ dài bằng nhau, và cùng tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 45°. Biết mặt phẳng (ABCD) nằm ngang, chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng, các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ 5000N và trọng lượng khung sắt là 2500N. (hình vẽ). Tính trọng lượng của xe (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 20.

Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN (hình vẽ). Biết điện tích $q = 2.10^{-12}$ C , vectơ điện trường $\vec{E}$ có độ lớn $E = 1,8.10^5 N/C$ và d = MN = 10mm. Tính công A sinh ra bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$.



BÀI 2: TOẠ ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN

I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA = \sqrt{5}$. **B.** $OA = 5$. **C.** $OA = 3$. **D.** $OA = 9$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\frac{2}{25}$ **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\frac{2}{5}$ **C.** $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \frac{2}{25}$ **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \frac{2}{5}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m = 2$ **B.** $m = -6$ **C.** $m = 0$ **D.** $m = -4$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(5;-1;2), C(3;2;-4)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. $M\left(4;-\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(4;-\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$. **C.** $M\left(4;\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $M\left(-4;-\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 7: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. **D.** $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4;-5;0)$. **B.** $M(2;-3;0)$. **C.** $M(0;0;1)$. **D.** $M(4;5;0)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$.

A. $M(9;-5;7)$. **B.** $M(9;5;7)$. **C.** $M(-9;5;-7)$. **D.** $M(9;-5;-5)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), \overrightarrow{AB}=(1;3;1)$ thì tọa độ của điểm B là:

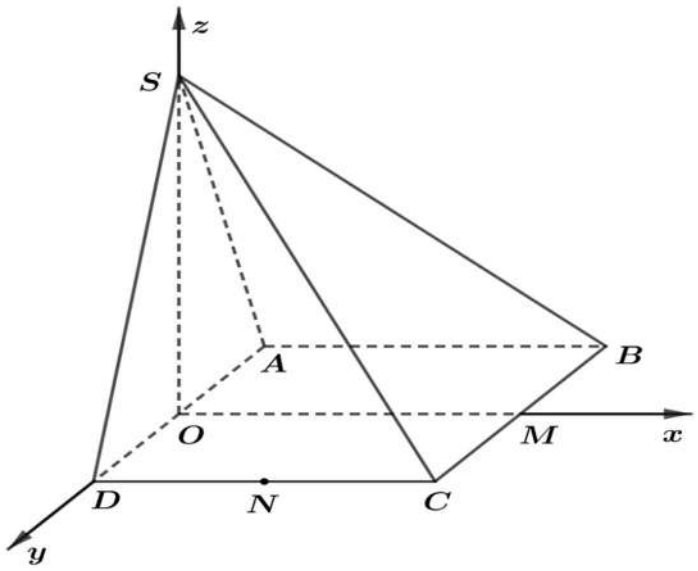
A. $B(2;5;0)$. **B.** $B(0;-1;-2)$. **C.** $B(0;1;2)$. **D.** $B(-2;-5;0)$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. **B.** $\left(\frac{11}{3};-2;1\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-2;11;1)$.

II. TRẢ LỜI ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi O, M và N lần lượt là trung điểm của AD, BC và CD. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



A. Tọa độ các điểm A, B là $A\left(0;-\frac{1}{2};0\right), B\left(1;-\frac{1}{2};0\right)$.

B. Tọa độ các điểm C, D là $C\left(1;\frac{1}{2};0\right), D\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

C. Tọa độ điểm S là $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

D. Tọa độ các điểm M, N là $M(1;0;0), N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

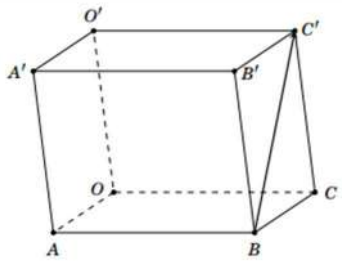
Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có $A(1;1;-1), B(0;3;0), \overrightarrow{BC'}=(2;-6;6)$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của tam giác $OA'O'$ và $CB'C'$.

a) Tọa độ điểm C' là $(2;-3;6)$

b) Tọa độ điểm O' là $(3;-5;5)$.

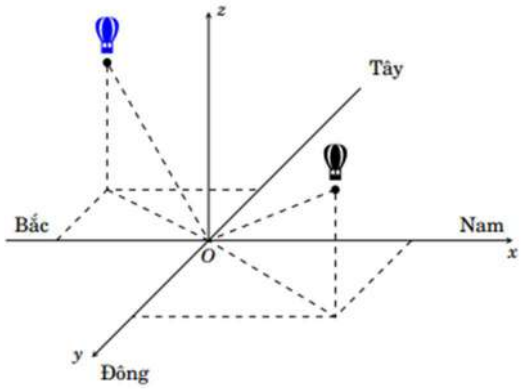
c) Tọa độ véc to $\overrightarrow{AB'}=(-2;3;-6)$.

d) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{HK}=(-1;2;-1)$.



Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5$ km về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8$ km.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



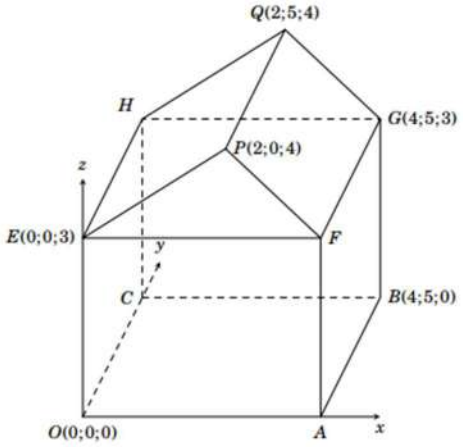
a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0,5)$.

b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1,5;-1;0,8)$.

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là $3,92$ km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.

b) Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.

c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.

III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}=(3;2;5)$ và $\vec{b}=(3m+2;3;6-n)$. Tính giá trị biểu thức $6m+2n$ để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ bằng nhau.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+0\vec{j}+3\vec{k}$, $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$, $\overrightarrow{OC}=-3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$. Điểm $D(x;y;z)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $P=2x+y-z$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, $SA=2$ và $SA\perp(ABCD)$. Chọn hệ trục Oxyz có gốc toạ độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Tọa độ điểm $C(x;y;z)$. Tính $P=x^3+y^3+z^3$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2;AD=3;AA'=4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tìm tọa độ của $C'(x;3;z)$. Tính $P=x-z$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA=4$ và $SA\perp(ABCD)$. Chọn hệ trục Oxyz có gốc toạ độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là trung điểm SC. Tìm tọa độ điểm $M(x;y;z)$. Tính $T=x+y-\dfrac{3}{2}z$.