

MỤC LỤC

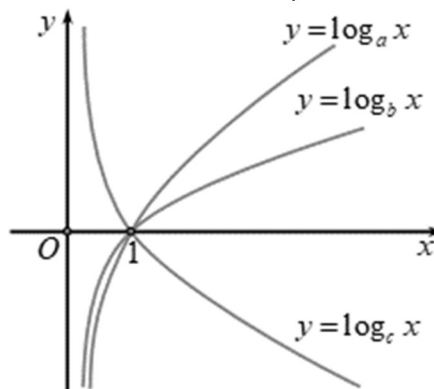
CHƯƠNG VI. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT.....	2
BÀI 1. PHÉP TÍNH LŨY THỪA.....	2
BÀI 2. PHÉP TÍNH LÔGARIT	5
BÀI 3. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT	7
Bài 4. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT.....	10
CHƯƠNG VII. ĐẠO HÀM.....	14
BÀI 1. ĐẠO HÀM. BÀI 2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM.....	14
BÀI TẬP ĐẠO HÀM.....	14
CHƯƠNG VIII. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN.....	17
BÀI 1. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC	17
BÀI 2. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG.....	22
BÀI 3. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC	29

CHƯƠNG VI. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT**BÀI 1. PHÉP TÍNH LŨY THỪA**

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

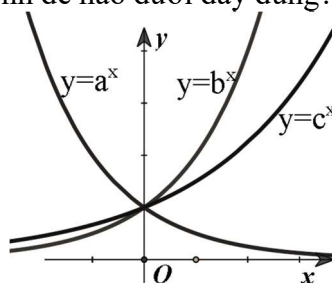
- Câu 1:** Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = x$ B. $P = x^{\frac{11}{6}}$ C. $P = x^{\frac{7}{6}}$ D. $P = x^{\frac{5}{6}}$
- Câu 2:** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.
- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$ B. $P = \sqrt{x}$ C. $P = x^{\frac{2}{9}}$ D. $P = x^2$
- Câu 3:** Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.
- A. $\frac{2}{1009}$ B. $\frac{1}{1009}$ C. $\frac{3}{1009}$ D. $\frac{3}{2018^2}$
- Câu 4:** Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{3}{2}$
- Câu 5:** Cho $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n$. Khi đó
- A. $m=n$ B. $m < n$ C. $m > n$ D. $m \neq n$
- Câu 6:** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$ B. $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$
- C. $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$ D. $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$
- Câu 7:** Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$ B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$
- C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$
- Câu 8:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$ B. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$
- C. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$ D. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$
- Câu 9:** Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào đúng?
- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$ B. $0 < a < 1, b > 1$
- C. $a > 1, 0 < b < 1$ D. $a > 1, b > 1$
- Câu 10:** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = 2^x$ B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ C. $y = (\sqrt{\pi})^x$ D. $y = e^x$

Câu 11: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



- A. $a < b < c$. B. $c < a < b$. C. $c < b < a$. D. $b < c < a$.

Câu 12: Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $1 < a < c < b$. B. $a < 1 < c < b$. C. $a < 1 < b < c$. D. $1 < a < b < c$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$.
C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 14: Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- A. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$. B. $(a^m)^n = a^{m+n}$.
C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Thí sinh ghi dấu X vào cột được chọn tương ứng với mệnh đề bên trái

Câu 1. Cho $a > 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$ b) $\sqrt[3]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$
c) $(a^2)^4 = a^6$ d) $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là:

Câu 2. Cho biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$, ($x > 0$). Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Khi đó, tổng $m + n = ?$

Câu 3. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m^2 - n^2$.

Câu 4. Biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2026} (4\sqrt{3} - 7)^{2025}$ sau khi rút gọn có dạng $a + b\sqrt{3}$, khi đó hãy tính giá trị biểu thức $a + b$.

CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Câu 2. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Phần IV. Tự luận

Câu 1. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào a và b

$$B = \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad (a > 0, b > 0)$$

Câu 2. Chứng minh rằng $a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} = a^3$ với $a > 0$.

Câu 3. Chứng minh $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = -\sqrt[4]{b}$, với $a > 0, b > 0, a \neq b$.

Câu 4. So sánh các số:

a. $(\sqrt{2} - 1)^{2019}$ và $(\sqrt{2} - 1)^{2020}$

b. π^{1015} và $3,14^{1015}$.

Câu 5. So sánh các số :

a. $\sqrt[3]{15}$ và $\sqrt[4]{20}$

b. $\sqrt[3]{7} + \sqrt{15}$ và $\sqrt{10} + \sqrt[3]{28}$.

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$.

Câu 7. Tính giá trị biểu thức $81^{-0.75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{3}{5}}$.

Câu 8. Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. $2^{\log_2 3}$ bằng:

A. 8 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 4

Câu 2. $\log_3 \sqrt[4]{27}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 2

Câu 3. $\log_2(\log_4 16) - \log_{\frac{1}{2}} 2$ bằng:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Câu 4. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ **B.** $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ **C.** $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$ **D.**

$$\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$$

Câu 5. Giá trị của $\log_{a^3} a^2$ với $(a > 0, a \neq 1)$ là:

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 6 **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 6. Giá trị của $a^{4\log_a 7}$ với $(a > 0, a \neq 1)$ là:

A. 7^2 **B.** 7^4 **C.** 7^8 **D.** 7^{16}

Câu 7. Giá trị của $\log_a(a^5\sqrt[3]{a^3a\sqrt{a}})$ là:

A. $\frac{3}{10}$ **B.** $\frac{13}{10}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 8. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$
B. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = a$
C. $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$
D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0$)

Câu 9. Nếu $\log 3 = a$ thì $\log 9000$ bằng:

A. $a^2 + 3$ **B.** $2a + 3$ **C.** $2a^3$ **D.** a^3

Câu 10. $a^{3-2\log_a b}$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0$) bằng:

A. a^3b^{-2} **B.** a^3b **C.** a^2b^3 **D.** ab^2

Câu 11. Giá trị của $\left(\sqrt{a}\right)^{\log_a 4 + \log_a 3^8}$ với $(a > 0, a \neq 1)$ là:

A. 3 **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 8

Câu 12. Với mọi số thực $a > 0$, $\log_2 (2a)$ bằng

A. $2 + \log_2 a$ B. $2 \log_2 a$ C. $1 - \log_2 a$ D. $1 + \log_2 a$

Câu 13. Với mọi số thực $a > 0$, $\log (7a) - \log (3a)$ bằng

A. $\frac{\log(7a)}{\log(3a)}$ B. $\frac{\log 7}{\log 3}$ C. $\log \frac{7}{3}$ D. $\log (4a)$

Câu 14. Với hai số thực dương a và b tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

A. $2\log a + \log b$ B. $2(\log a + \log b)$ C. $\log a + 2\log b$ D. $\log a + (1/2)\log b$

Câu 15. Nếu $\log_2 5 = a$ thì $\log_2 100$ bằng:

A. $a^2 + 3$ **B.** $2a + 2$ **C.** $2a^3$ **D.** a^3

Câu 16. Với mọi a là số thực dương, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log(3a) = 3\log a$
 B. $\log a^3 = 3 + \log a$
 C. $\log a^3 = 3\log a$
 D. $\log(3a) = (1/3)\log a$

Câu 17. Cho các số thực dương a, b và $a \neq 1$. Các khẳng định sau đúng hay sai :

B. $\log_{\sqrt{a}}\left(a^2\sqrt{b}\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\log_a b$

D. $\log_{\sqrt{a}}(a \sqrt{b}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \log_a b$

B. $\log(x + 2y) - 2\log 2 = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$

D. $2\log x + 2\log y = \log 12 + \log xy$

B. $\log_3 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{7}(\log_3 a + \log_3 b)$

D. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$

B. $\log\left(\frac{x+3y}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$

D. $2\log(x + 3y) = \log(4xy)$

d) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

Câu 1. Với a là số thực dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ bằng

Câu 3. Với a là số thực dương khác 1, $A = 2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3$ có giá trị là:

Câu 4. Với a là số thực dương khác 1, $B = \ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5(\ln^2)}$ có giá trị là:

Câu 5. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^2 c^3)$.

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thoả mãn $x^2 + y^2 = 14xy$. Khi đó:

$$\log_2(x+y) = a + \frac{\log_2 xy}{a}. \text{ Tìm } a$$

Câu 2. Nếu $\log_{12} 6 = a$. Tính $\log_3 2$

Câu 3. Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\frac{1}{a+b}$

B. $\frac{ab}{a+b}$

C. $a + b$

D. $a^2 + b^2$

Câu 4. Cho $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50 = ?$

Câu 5. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$, $\log_c x = 4$. Tính giá trị của biểu thức: $\log_{a^2 b \sqrt{c}} x$

BÀI 3. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

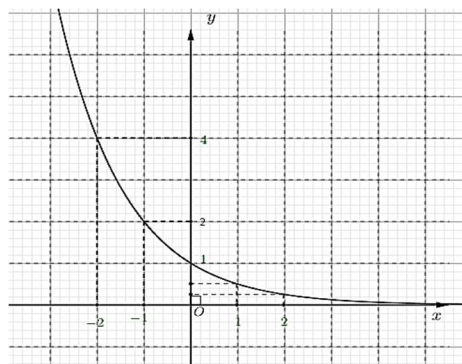
1. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

C. $y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$



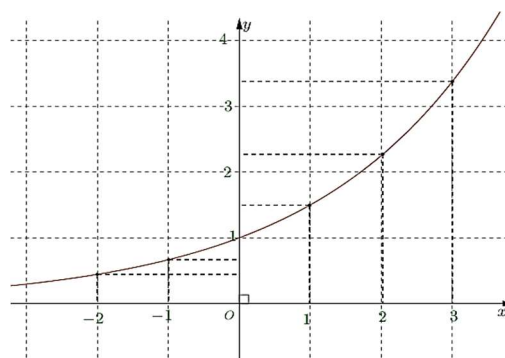
2. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

C. $y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$



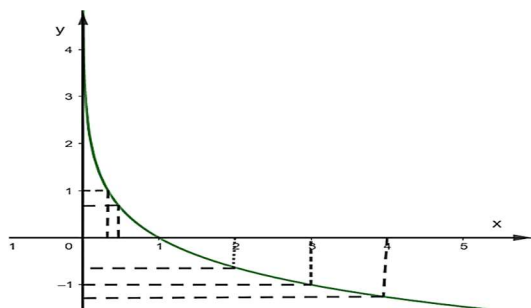
3. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

B. $y = \log x$

C. $y = \log_3 x$

D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$



4. Tập xác định của các hàm số $y = \log|x+3|$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

B. $D = \mathbb{R}$

C. $D = (-3; +\infty)$

D. $D = [-3; +\infty)$

5. Tập xác định của các hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ là:

A. $D = (-2; 2)$

B. $D = [-2; 2]$

C. $D = (-\infty; -2)$

D. $D = [2; +\infty)$

6. Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

7. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{2022}{2023}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2023} - \sqrt{2}}\right)^x$.
C. $y = (0,1)^{2x}$. D. $y = (2023)^{2x}$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

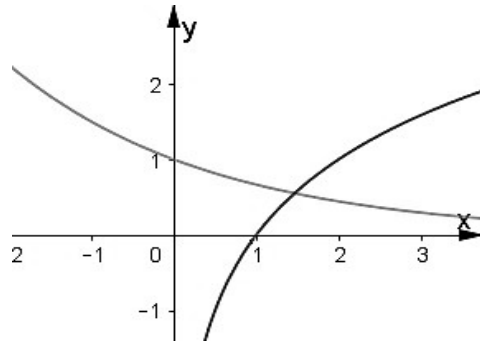
Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.



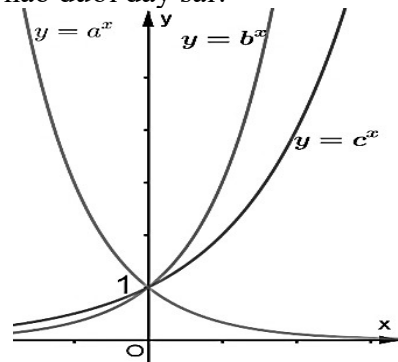
Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $b < c < a$.

B. $c < a < b$.

C. $a < b < c$.

D. $a < c < b$.



Câu 3. Số lượng của loại vi khuẩn C trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0).5^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn C lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn C có sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn C là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn C là 390625000 con? Phương án nào đúng, phương án nào sai?

- A. 24 phút. B. 17 phút C. 8 phút D. 10 phút.

Câu 4. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = 3^{\frac{x}{2}}$ là hàm số mũ với cơ số $\sqrt{3}$.

b) Hàm số $y = x \log 2$ là hàm số logarit với cơ số 2.

c) Hàm số $y = \ln x$ xác định với mọi $x \geq 0$.

d) Hàm số $y = 0,5^x$ là hàm số đồng biến.

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 2. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2019^{\sqrt{4-x^2}} + \log_2(2x^2 - 5x + 2)$.

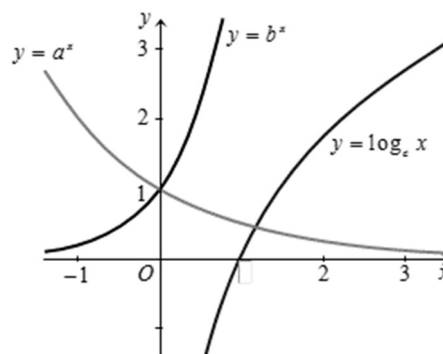
Câu 4. Trong một phòng thí nghiệm, người ta nuôi một loại vi khuẩn. Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con. Giả sử số vi khuẩn tăng lên theo công thức tăng trưởng mũ, số vi khuẩn sau x giờ là $f(x) = C \cdot e^{kx}$.

Hỏi số vi khuẩn có được sau 5 giờ?

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(4x - x^2)$ là $D = (a; b)$. Khi đó $a + b = ?$

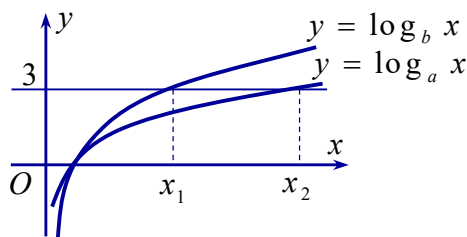
Phần IV. Tự luận

Câu 1. Trong hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy so sánh các cơ số a, b, c .



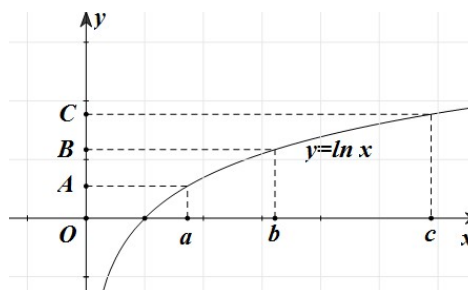
Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 3. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên. Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$. Biết rằng $x_2 = 2x_1$.



Tính giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$.

Câu 4. Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Tìm mối liên hệ giữa các số a, b, c .



Câu 5. Cho các số thực a, b sao cho $0 < a, b \neq 1$, biết rằng đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $M(\sqrt{2018}; \sqrt[5]{2019^{-1}})$. Hãy so sánh các cơ số a, b .

Bài 4. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{3}{4}$ B. $x = \frac{4}{3}$ C. 3 D. 5

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình. $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\{2; 4\}$ C. $\{0; 1\}$ D. $\{-2; 2\}$

Câu 3. Phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$ có nghiệm là:

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 2

Câu 4. Phương trình $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$ có nghiệm là:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 5. Phương trình: $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$ có nghiệm là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 6. Phương trình $2^{2x-3} = 4^{x^2+3x-5}$ có bao nhiêu nghiệm thực

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 7. Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 8. Phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3)$ có tập nghiệm là:

- A. $\{5\}$ B. $\{3; 4\}$ C. $\{4; 8\}$ D. $\emptyset$

Câu 9. Phương trình: $\log(54 - x^3) = 3 \log x$ có nghiệm là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 10. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Câu 11. Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{0; 3\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{1; 3\}$.

Câu 12. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là:

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{2\}$. D. $\{1\}$.

Câu 13. Biết phương trình $\log_3(2x+1) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3-x}\right) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó, tổng

$x_1 + x_2$ bằng:

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. 5. D. 2

Câu 14. Biết phương trình $\log_4[(x+2)(x+3)] + \log_4\left(\frac{x-2}{x+3}\right) = 2$ có hai nghiệm $x = \pm a\sqrt{b}$. Khi đó,

tích ab bằng:

- A. 12 B. 10 C. 8 D. 6

Câu 15. Biết phương trình $\log_5(x^2 + 1) + \log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_5(x + 2) - 2 \cdot \log_{\frac{1}{25}}(x - 2)$ có một nghiệm $x = \frac{\sqrt{a}}{b}$.

Khi đó, hiệu $a - b$ bằng:

- A. 21 B. 20 C. 19 D. 18

Câu 16. Phương trình: $\ln(x + 1) + \ln(x + 3) = \ln(x + 7)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 17. Phương trình: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ có nghiệm là:

- A. 24 B. 36 C. 45 D. 64

Câu 18. Phương trình: $\log_2 x + \log_4 x = 3$ có tập nghiệm là:

- A. $\{4\}$ B. $\{3\}$ C. $\{2; 5\}$ D. Φ

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^4$ là:

- A. $(0; 1)$ B. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$ C. $(5; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 20. Bất phương trình: $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ có tập nghiệm là:

- A. $(2; 5)$ B. $[-2; 1]$ C. $[-1; 3]$ D. Kết quả khác

Câu 21. Bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2} \geq \left(\frac{3}{4}\right)^{-x}$ có tập nghiệm là:

- A. $[-2; 1]$ B. $[-\infty; 2]$ C. $(0; 1)$ D. Φ

Câu 22. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{|x-2|} < 3^2$ là:

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 23. Bất phương trình: $2^x > 3^x$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(0; 1)$ D. $(-1; 1)$

Câu 24. Bất phương trình: $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là:

- A. $(0; +\infty)$ B. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ D. $(-3; 1)$

Câu 25. Bất phương trình: $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có tập nghiệm là:

- A. $(1; 4)$ B. $(5; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 26. Bất phương trình sau $\log_2(3x - 1) > 3$ có nghiệm là:

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $\frac{1}{3} < x < 3$ D. $x > \frac{10}{3}$

Câu 27. Giải bất phương trình $\log_x\left(x - \frac{1}{4}\right) \geq 2$ có tập nghiệm là $\left(\frac{1}{a}; b\right)$. Khi đó, hiệu $a - b$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 28. Giải bất phương trình $\log_3(x - 1) > \log_3 2$ có tập nghiệm là:

- A. $(0; +\infty)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(4; +\infty)$

Câu 29. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \geq -4$ là:

- A. 4 B. 3 C. 5 D. 2

Câu 30. Giải các bất phương trình $\log_3(x - 3) + \log_3(x - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là $S = (a; b]$.

Khi đó, tích ab bằng:

- A. 30 B. 28 C. 26 D. 24

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \log_2 x$ là:

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 32. Số nghiệm của phương trình $\log_4 (\log_2 x) + \log_2 (\log_4 x) = 2$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình $3^{x-1} = 27$.

- a. Phương trình xác định $\forall x \in \mathbb{R}$. b. Phương trình xác định $\forall x \neq 1$.
c. Nghiệm của phương trình là $x=4$. d. Nghiệm của phương trình là $x=3$.

Câu 2. Cho phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$.

- a. Phương trình xác định $\forall x \in \mathbb{R}$. b. Phương trình xác định $\forall x \neq 0$.
c. Tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$. d. Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 2\}$.

Câu 3. Cho phương trình $\log_5 (5x) - \log_{25} (5x) - 3 = 0$

- a. Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.
b. Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 0$.
c. Biến đổi phương trình về cơ số 5 là $\log_5 (5x) - 2 \log_5 (5x) - 3 = 0$
d. Số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 4. Cho hằng số $a > 0$ và $a \neq 1$, b là hằng số tùy ý. Cho phương trình $a^x = b$

- a. Nếu $b < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
b. Nếu $b = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x = 0$.
c. Nếu $b > 0$ thì phương trình có nghiệm là $x = \log b$
d. Nếu $b > 0$ thì phương trình có nghiệm là $x = \log_a b$.

Câu 5. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} (x^2 - 6x + 5) + \log_3 (x - 1) \geq 0$.

- a. Tập xác định của bất phương trình là $(5; +\infty)$.
b. Tập xác định của bất phương trình là $(1; +\infty)$.
c. Tập nghiệm của bpt là $S = (5; 6]$.
d. Tập nghiệm của bpt là $S = [1; 6]$.

Câu 6. Cho bất phương trình $4^{2x^2+3x+1} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4}$.

- a. Bất phương trình xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.
b. Bất phương trình xác định $\forall x \neq 2$
c. Tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\frac{7}{4}; 0\right]$.
c. Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Câu 7. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$) luôn có nghiệm $\forall b \in \mathbb{R}$
b) Phương trình $2^x = 8$ có nghiệm $x = 2$.
c) Phương trình $5 \cdot 10^x = 1$ có nghiệm $x = \log 5$.
d) Phương trình $\log_3 x = -2$ có nghiệm $x = \frac{1}{9}$.

Câu 8. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Số nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là 1
 b) Điều kiện của phương trình $\log_a u(x) = \log_a v(x)$ là $u(x) > 0, v(x) > 0$.
 c) Bất phương trình $2^x > 16$ có tập nghiệm $S = (4; +\infty)$.
 d) Bất phương trình $\log_2(2x-1) \leq 1$ có tập nghiệm $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm nghiệm phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

Câu 2. Tìm nghiệm phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$.

Câu 3. Tìm nghiệm bất phương trình $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$

Câu 4. Tìm nghiệm bất phương trình $\log_5(1-2x) > 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1)$.

Câu 5. Phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x = \frac{27^x}{3}$ có nghiệm $x = \frac{a}{b}$. Khi đó $a.b = ?$

Câu 6. Bất phương trình $\log_2(x-2) < 2$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Khi đó $a-b = ?$

Phần IV. Tự luận

Câu 1. Giải phương trình $4x^2 + 3^x x + 3^{x+1} = 2x^2 3^x + 2x + 6$

Câu 2. Giải phương trình $2^{x^2-3x+2} + 2^{x^2+6x+5} = 2^{2x^2+3x+7} + 1$

Câu 3. Tìm hằng số m để phương trình $\frac{1}{2^{|x-1|}} = 3m - 2$ có một nghiệm duy nhất

Câu 4. Chất phóng xạ polonium-210 có chu kỳ bán rã là 138 ngày. Điều này có nghĩa là cứ sau 138 ngày, lượng polonium còn lại trong một mẫu chỉ bằng một nửa lượng ban đầu. Một mẫu 100g có

khối lượng polonium-210 còn lại sau t ngày được tính theo công thức $M(t) = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} (g)$

(nguồn://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Polonium#section=Atomc-Mass-Half-Life-anh-Decay)

a) Khối lượng polonium-210 còn lại bao nhiêu sau 2 năm?

b) Sau bao lâu thì còn lại 40g polonium-210.

Câu 5. Nhắc lại rằng, mức cường độ âm L được tính bằng công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0}\right) (dB)$, trong

đó I là cường độ của âm tính bằng W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$

(Nguồn: Vật lí 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52)

a) Một giáo viên đang giảng bài trong lớp học, có mức cường độ âm là $50dB$. Cường độ âm của giọng nói giáo viên bằng bao nhiêu?

b) Mức cường độ âm trong một nhà xưởng thay đổi trong khoảng từ $75dB$ đến $90dB$. Cường độ âm trong nhà xưởng này thay đổi trong khoảng nào?

Câu 6. Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1000 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày

1. Công thức $P(t) = P_0 \cdot a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Xác định các tham số P_0 và a ($a > 0$). Làm tròn a đến hàng phần trăm.

2. Sau 5 ngày thì số lượng vi khuẩn bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng trăm.

3. Sau bao nhiêu ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

CHƯƠNG VII. ĐẠO HÀM**BÀI 1. ĐẠO HÀM.**

Định nghĩa. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$.

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad (\text{Nếu vế phải tồn tại})$$

BÀI 2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

I-Công thức tính đạo hàm. Giả sử các công thức sau đều có nghĩa

1) $(C)' = 0$

2) $(x)' = 1$

3) $(x^n)' = nx^{n-1}$

4) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

5) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

6) $(\sin x)' = \cos x$

7) $(\cos x)' = -\sin x$

8) $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

9) $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

(10) $(e^x)' = e^x$

(11) $(a^x)' = a^x \ln a$

(12) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

(13) $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

(14) $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$

II-Quy tắc tính đạo hàm.

Cho $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên tập xác định.

1) $(u + v)' = u' + v'$

2) $(u - v)' = u' - v'$

3) $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

4) $(a \cdot u)' = a \cdot u' \quad (a \text{ là hằng số})$

5) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v(x) \neq 0$

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị (C) và điểm $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M_0 là:

A. $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$.

B. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.

C. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

D. $y - y_0 = f'(x_0)x$.

Câu 2. Cho đường cong $(C): y = x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1; 1)$ là

A. $y = -2x + 1$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = -2x - 1$.

D. $y = 2x - 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$. Phương trình tiếp tuyến tại $A(1; -2)$ là

A. $y = -4(x - 1) - 2$.

B. $y = -5(x - 1) + 2$.

C. $y = -5(x - 1) - 2$.

D. $y = -3(x - 1) - 2$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax + b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f'(x) = -a$. B. $f'(x) = -b$. C. $f'(x) = a$. D. $f'(x) = b$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = 2x^2 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. -4. D. 3.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{4x+1}$. Khi đó $f'(2)$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $-16x^3 + 9x - 1$. B. $-8x^3 + 27x^2 - 1$. C. $-8x^3 + 9x^2 - 1$. D. $-18x^3 + 9x^2 - 1$.

Câu 8. Đạo hàm của $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

- A. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$. B. $6x^5 + 16x^3$. C. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$. D. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $\frac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. B. $\frac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$.
C. $\frac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. D. $\frac{9x^2 + 4x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (\sin x + \cos x)^3$.

- A. $3(\sin x + \cos x)^2 (\cos x + \sin x)$. B. $3(\sin x - \cos x)^2 (\cos x - \sin x)$.
C. $(\sin x + \cos x)^2 (\cos x - \sin x)$. D. $3(\sin x + \cos x)^2 (\cos x - \sin x)$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = 2x^2 + 1$.

- A. $f'(x) = 4x + 1$. B. $f''(x) = 4$.
C. Giá trị $f'(-1)$ bằng -4 . D. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = \sin x + 1$.

- A. $f'(x) = \cos x$. B. $f''(x) = -\sin x$.
C. Giá trị $f'(0) = -1$ bằng -4 . D. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$.

- A. $f'(x) = x^2 - 6x + 7$. B. Phương trình tiếp tuyến tại $A(0;2) : y = 7x + 2$.
C. Hệ số góc tiếp tuyến $A(0;2)$ $y'(0) = 6$. D. $f''(x) = 2x^2 + 6$.

Câu 4:

- A. $y = x^2 \Rightarrow y' = 2x$. B. $y = \cos x \Rightarrow y' = \sin x$
C. $y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $y = \ln x \Rightarrow y' = x$.

Câu 5:

- A. $y = u^n \Rightarrow y' = n.u^{n-1}.u'$. B. $y = e^u \Rightarrow y' = u'e^u$
C. $y = \frac{1}{u} \Rightarrow y' = -\frac{u'}{u}$. D. $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u \ln a}$.

Câu 6. Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^2 + 2x$ tại điểm $x_0 = 1$.

Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

b) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

c) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4)$

d) $f'(1) = a \Rightarrow a > 5$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$. Khi đó Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y'(1) = -\frac{3}{2}$ b) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$ c) $y'(4) = \frac{3597}{16}$.

d) Điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$ có hoành độ $x_0 = 1$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng $y = \frac{2}{3}x$

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Số phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

Câu 3. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ mà tiếp tuyến tại đó có hệ số góc bé nhất trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số. Khi đó $x_0^2 + y_0^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Cho một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^2 + 40t + 10$ trong đó s là quãng đường vật đi được (đơn vị m), t là thời gian chuyển động (đơn vị s). Tại thời điểm vật dừng lại thì vật đi được quãng đường bao nhiêu?

Câu 5. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s là quãng đường đi được trong t giây tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại $t = 5$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số sau $y = 2e^{2x-1}$ tại điểm $x_0 = \frac{1}{2}$.

Phần IV. Tự Luận

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 2x.e^x + 3\sin 2x$

b) $y = 5^{3x+2}$

c) $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 4x + 3)$

d) $y = \log(x^2 + x + 1)$

e) $y = (1 + \sqrt{1 - 2x})^3$

f) $y = x \tan 2x + \frac{x+1}{\cot x}$

Câu 2. Cho hàm số $y = 3x^2 - 2x + 5$, có đồ thị (C) . Viết PTTT của (C) vuông góc với đường thẳng $x + 4y + 1 = 0$.

Câu 3. Biết tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $(1; 3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Tìm diện tích của tam giác vuông đó?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{1 - 3x + x^2}{x - 1}$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$

Câu 5. Tìm m để các hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m - 1)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

CHƯƠNG VIII. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**BÀI 1. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC**

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề **đúng** là?.

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

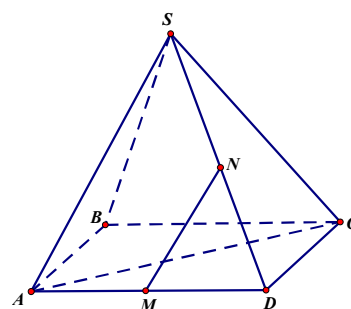
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng:

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .



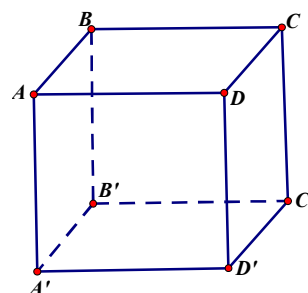
Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **sai**?

A. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° .

B. Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60° .

C. Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45° .

D. Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90° .



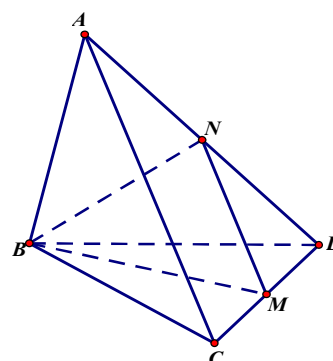
Câu 4. khẳng định **đúng**?

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\alpha = 60^\circ$.



Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CD , α là góc giữa AC và BM . Chọn

Câu 6. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a vuông góc với c .

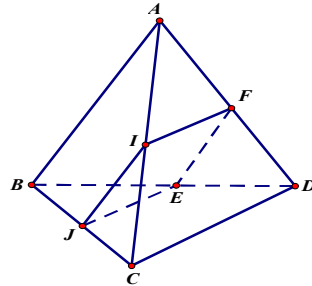
B. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c .

C. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì a vuông góc với c .

D. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a, b) .

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, DA . Góc giữa IE và JF là:

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 90° .



Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 9. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**, **sai**?

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.

B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

E. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).

F. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .

G. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

Câu 10. Điền **đúng** hoặc **sai** vào các mệnh đề nào sau đây?

Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều.

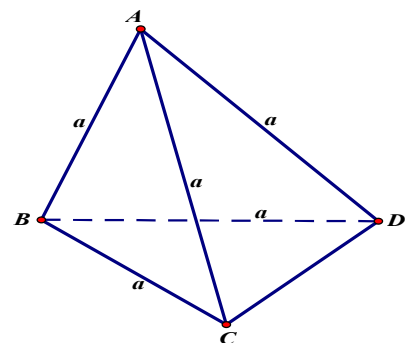
A. Góc giữa AB và CD là 120° .

B. Góc giữa AB và AC bằng góc giữa AB và BD .

C. Góc giữa AB và AC là 60° .

D. Góc giữa AB và CD là 90° .

E. Góc giữa AC và AD là 30° .



Câu 11. Điền **đúng** hoặc **sai** vào các mệnh đề nào sau đây?

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ vuông, có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của SC, BC và CD .

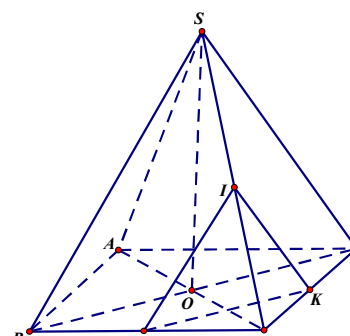
A. Số đo của góc (JK, IK) bằng 60° .

B. Số đo của góc (IJ, IK) bằng 90°

C. Số đo của góc (IJ, CD) bằng số đo của góc (SB, AB) .

D. Số đo của góc (SB, SD) bằng 60° .

E. Số đo của góc (JK, AC) bằng 90° .

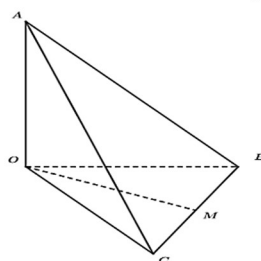


Câu 12. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

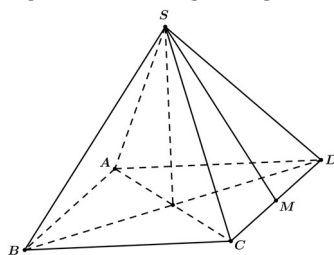
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu $a // b$ thì $(a, c) = (c, b)$.		
b)	Nếu $c // b$ thì $(a, b) = (a, c)$.		
c)	Nếu $a \perp c, b \perp c$ thì $a // b$.		
d)	Nếu $a \perp c$ thì $(a, b) = (c, b)$.		

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

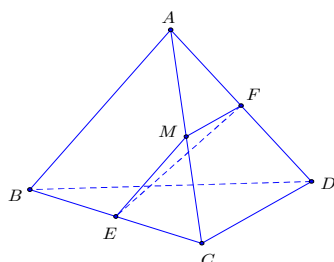
Câu 1. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính góc giữa hai đường thẳng OM và AB .



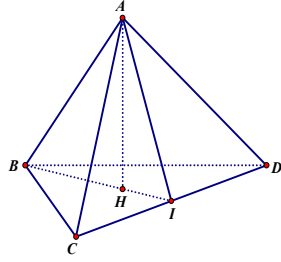
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .



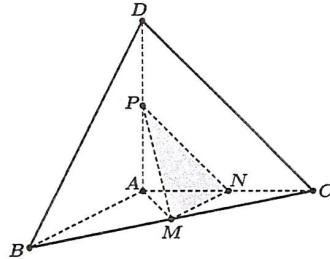
Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $EF = a\sqrt{3}$, tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .



Câu 4. Tứ diện đều $ABCD$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

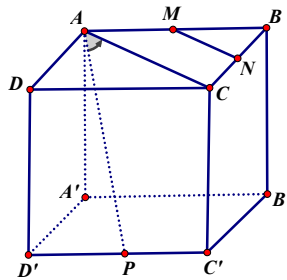


Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

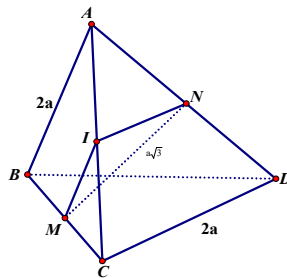


Phần IV. Tự Luận

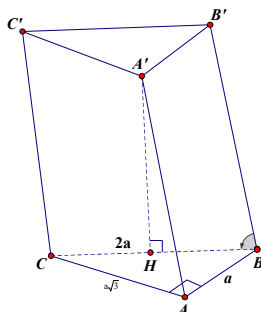
CÂU 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .



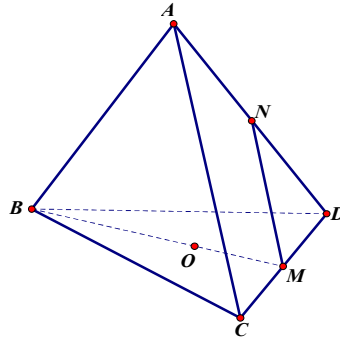
CÂU 2. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD . Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc của AB và CD .



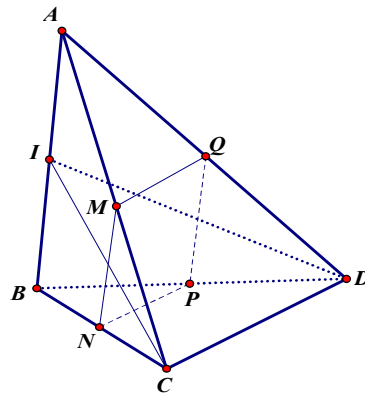
CÂU 3. Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.



CÂU 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Gọi M là trung điểm CD . Tính cosin góc của AC và BM .



CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC, BD, DA . Chứng minh $MNPQ$ là hình chữ nhật.

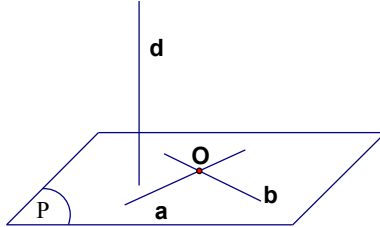


BÀI 2. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG.

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Định nghĩa đường thẳng vuông góc mặt phẳng : $d \perp (P) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (P)$

2. Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: $\begin{cases} a, b \subset (P), a \cap b = O \\ d \perp a, d \perp b \end{cases} \Rightarrow d \perp (P)$



3. Dựng đường thẳng đi qua điểm cho trước và vuông góc với mặt phẳng cho trước:

$$O; (P) \Rightarrow \exists! d \ni O, d \perp (P) \quad (\text{ký hiệu } \exists! : \text{tồn tại duy nhất})$$

4. Dựng mặt phẳng đi qua điểm cho trước và vuông góc với đường thẳng cho trước:

$$O; a \Rightarrow \exists! (\alpha) \ni O, (\alpha) \perp a.$$

5. Mối liên hệ giữa tính song song và vuông góc:

a) Hai đường thẳng song song $a // b$ và một mặt phẳng (P) vuông góc:

$$*) \begin{cases} a // b \\ (P) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) \perp b \quad **) \begin{cases} a \neq b \\ a \perp (P), b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a // b$$

b) Hai mặt phẳng song song $(P) // (Q)$ và một đường thẳng a vuông góc:

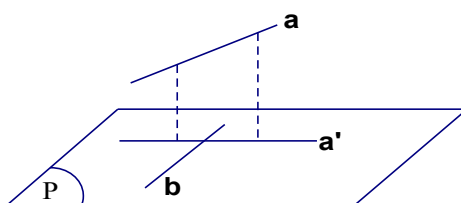
$$*) \begin{cases} (P) // (Q) \\ a \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q) \quad **) \begin{cases} (P) \neq (Q) \\ (P) \perp a, (Q) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$

c) Đường thẳng a song song mặt phẳng (P) và một đường thẳng b vuông góc:

$$*) \begin{cases} a // (P) \\ b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow b \perp a \quad **) \begin{cases} a \not\subset (P) \\ a \perp b, (P) \perp b \end{cases} \Rightarrow a // (P)$$

6. Định lý ba đường vuông góc

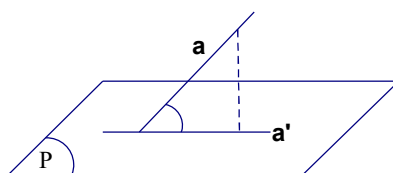
Cho $a \not\subset (P), b \subset (P)$, a' là hình chiếu vuông góc của a trên (P) , ta có $b \perp a \Leftrightarrow b \perp a'$.



7. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

a) Định nghĩa: Gọi đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , góc giữa d và (P) là góc giữa d và d' .

b) Quy ước: $0^\circ \leq \widehat{(d, (P))} \leq 90^\circ$.



c) Chú ý: Nếu $d \perp (P)$ thì $\widehat{(d, (P))} = 90^\circ$, Nếu d song song hoặc chứa trong (P) thì $\widehat{(d, (P))} = 0^\circ$.

8. Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng:

a) Định nghĩa: Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng là mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó.

b) Tính chất: Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

1. Chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) :

Phương pháp: Muốn chứng minh đường thẳng $d \perp (\alpha)$ ta có thể dùng một trong các cách sau.

Cách 1. Chứng minh d vuông góc với hai đường thẳng a, b cắt nhau chứa trong (α) .

Cách 2. Chứng minh $d \parallel a$ và $a \perp (\alpha)$.

Cách 3. Chứng minh d vuông góc với (P) và $(P) \parallel (\alpha)$.

2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc:

Phương pháp:

Cách 1: Muốn chứng minh $d \perp a$, ta có thể chứng minh $d \perp (\alpha)$ và $a \subset (\alpha)$

Cách 2: Sử dụng Định lý ba đường vuông góc.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$. B. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$. D. Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 2. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với mọi đường thẳng trong (α) .

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .

D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 5. Trong không gian tập hợp các điểm M cách đều hai điểm cố định A và B là

A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB

C. Mặt phẳng vuông góc với AB tại A .

D. Đường thẳng qua A và vuông góc với AB .

Câu 6. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

- A. Vô số. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 7. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

- A. 1 B. Vô số C. 3 D. 2

Câu 8. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mp (P) , đường thẳng Δ vuông góc với mp (P) nếu:

- A. Δ vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp (P) .
B. Δ vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mp (P)
C. Δ vuông góc với đường thẳng a nằm trong mp (P) .
D. Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp (P) .

Câu 9. Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a // c$.
B. Nếu a vuông góc với mặt phẳng (α) và $b // (\alpha)$ thì $a \perp b$.
C. Nếu $a // b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
D. Nếu $a \perp b, b \perp c$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng (a, c) .

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Vẽ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trọng tâm tam giác ABC . B. H trùng với trực tâm tam giác ABC .
C. H trùng với trung điểm của AC . D. H trùng với trung điểm của BC .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau $SA = SB = SC = SD$. Gọi H là hình chiếu của S lên mặt đáy $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $HA = HB = HC = HD$.
 B. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 C. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong đường tròn.
 D. Các cạnh SA, SB, SC, SD hợp với đáy $ABCD$ những góc bằng nhau.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $CH \perp SA$. B. $CH \perp SB$. C. $CH \perp AK$. D. $AK \perp SB$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Vẽ $AH \perp (BCD)$. Biết H là trực tâm tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $CD \perp BD$. B. $AC = BD$. C. $AB = CD$. D. $AB \perp CD$.

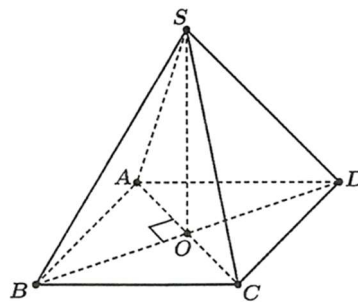
Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Khẳng định nào sau đây có thể **sai**?

- A. $CH \perp AK$. B. $CH \perp SB$. C. $CH \perp SA$. D. $AK \perp SB$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng-sai

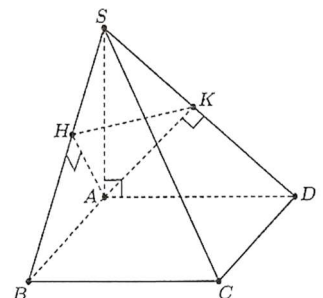
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

- (a) $SO \perp AC$ (b) $SO \perp (ABCD)$
 (c) $AC \perp (SBD)$ (d) $(AC, SB) = 60^\circ$



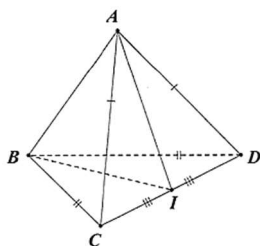
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tam giác SBC vuông		
(b)	Tam giác SCD vuông tại C		
(c)	$SC \perp (AHK)$		
(d)	$HK \perp SC$		

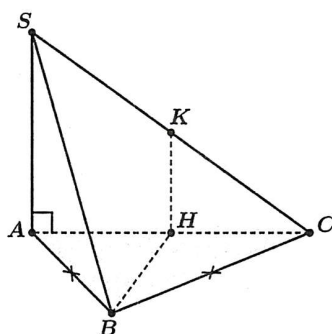


Phần II. Điền đáp án

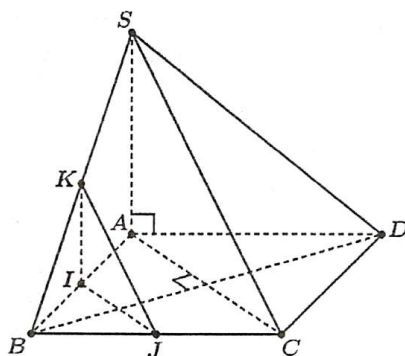
Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD, BC = BD$. Xác định số đo góc hai đường thẳng CD, AB



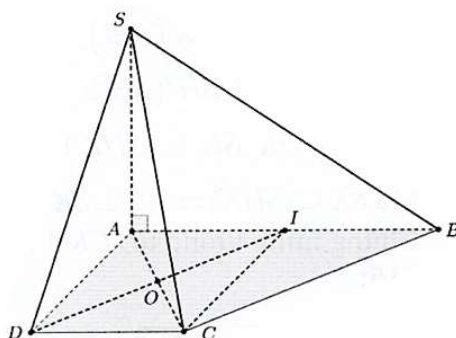
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở B . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AC và SC . Xác định góc của hai đường thẳng BH, SC .



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB . Xác định góc của hai đường thẳng KJ, BD

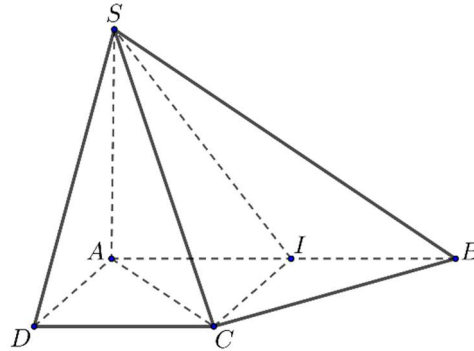


Câu 4. Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$. Các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác gì?

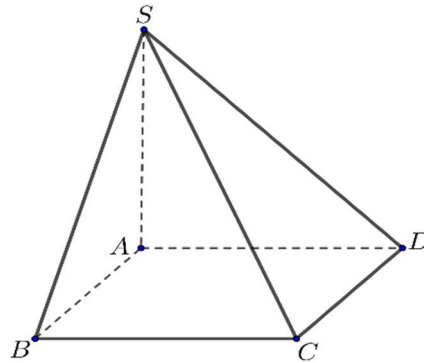


III. Trả lời ngắn

Câu 1 : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) là bao nhiêu?



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3, $SA = 5$. tính diện tích hình chiếu của tam giác SCD trên mặt phẳng (SAB) là



Phần III. Tự Luận

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông tại B và $AD \perp (ABC)$

- Chứng minh $BC \perp (ABD)$.
- Gọi AH là đường cao của tam giác ABD , chứng minh $AH \perp CD$.
- Cho $AB = a$, $BC = 2a$, $AD = a\sqrt{2}$, tính góc giữa CD và mặt phẳng (ABD)

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , các cạnh bên $SA = SC$; $SB = SD$

- Chứng minh SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- Chứng minh $AC \perp (SBD)$.
- Hãy chỉ ra góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$.

Bài 3. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O . Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng (ABC) . Chứng minh:

- H là trực tâm $\triangle ABC$.
- $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

- Xác định góc giữa OA và mp (ABC)

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều.

- a) Chứng minh $BC \perp (SAH)$.
- b) Tính góc giữa SB và mặt phẳng (SAH) .
- c) Tính góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , các cạnh bên $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$.

Mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với SC và cắt SC tại I .

- a) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , chứng minh $SG \perp (ABC)$.
- b) Chứng minh mặt phẳng (P) chứa AB .
- c) Tính diện tích tam giác IAB theo a .

BÀI 3. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian, gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng thì ta có:

- A. $\varphi = 180^\circ$.
- B. $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.
- C. $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$.
- D. $90^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi $O = AC \cap BD$ và

$SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó, góc giữa mặt bên và đáy bằng:

- A. 60° .
- B. 30° .
- C. 45° .
- D. $32,5^\circ$.

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $BC \perp SC$.
- B. $AC \perp SC$.
- C. $(SAB) \perp (SBC)$.
- D. $SA \perp SC$.

Câu 4. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là góc:

- A. $\widehat{BSC}$.
- B. $\widehat{ASB}$.
- C. $\widehat{SCB}$.
- D. $\widehat{SBA}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $(SBC) \perp (SAB)$.
- B. $(SAB) \perp (SAD)$.
- C. $(SAC) \perp (SCD)$.
- D. $(SAC) \perp (SBD)$.

Câu 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi G là tâm của đáy. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $(SAB) \perp (SGC)$.
- B. $(SBC) \perp (SGA)$.
- C. $(SAC) \perp (SGB)$.
- D. $(SAB) \perp (SBC)$.

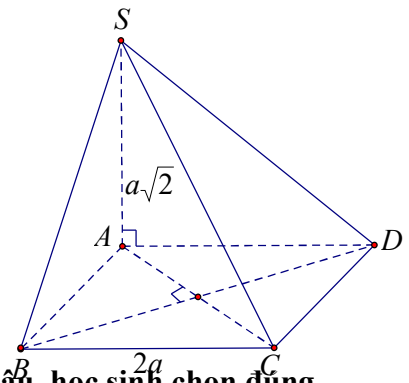
Câu 7. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông

cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$

(tham khảo hình vẽ bên). Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng

(SBD) và $(ABCD)$ bằng:

- A. 45° . B. 60° .
C. 30° . D. 90° .



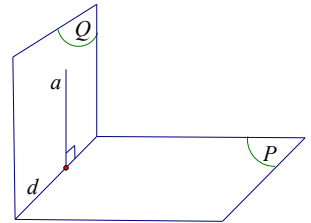
Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$

b) $\begin{cases} a \subset (Q) \\ a \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q).$

c) Trong không gian, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến d (tham khảo hình vẽ bên). Nếu đường thẳng a nằm trong (Q) thoả mãn $a \perp d$ thì $a \perp (P)$.



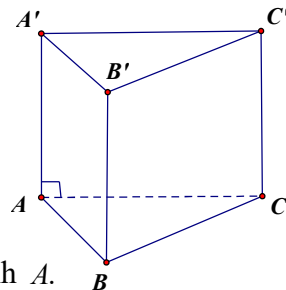
d) Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên song song với mặt đáy.

Câu 2.

a) Hình lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân.

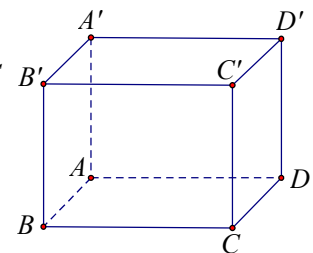
b) Hình hộp chữ nhật có

- + Có sáu mặt là hình chữ nhật.
- + Độ dài của ba cạnh AB, AD, AA' cùng đi qua một đỉnh A .
- + Độ dài đường chéo $A'C = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2}$.



c) Hình lập phương có

- + Có sáu mặt là hình vuông
- + Độ dài đường chéo $A'C = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = AB\sqrt{3}$.



d) Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông và các cạnh bên bằng nhau.

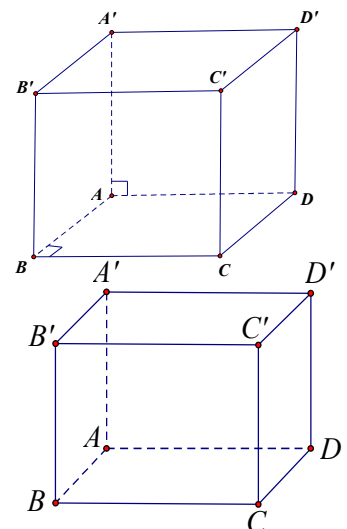
Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên).

a) có đáy là hình vuông.

b) có 4 mặt bên là hình thoi.

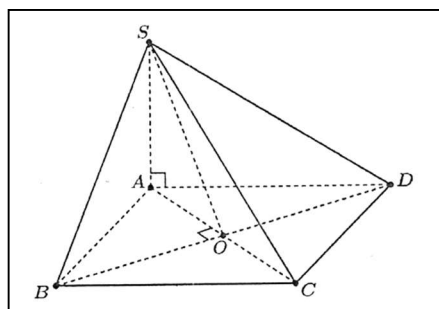
c) có 4 đường chéo là BC', CD', DA', AB' . A. Đúng B. Sai

d) $(ABCD) \perp (ABB'A')$.



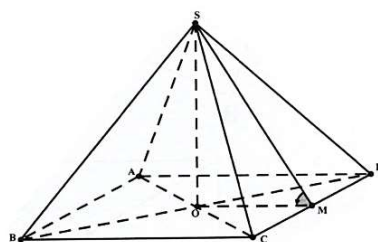
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khi đó:

- (a) $((SCD), (ABCD)) = 45^\circ$.
- (b) $((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA}$
- (c) $((SBD), (ABCD)) \approx 58,74^\circ$.
- (d) $(SBD) \perp (SAC)$

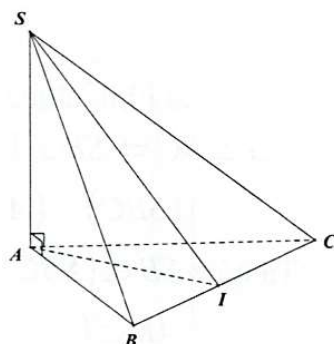


Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

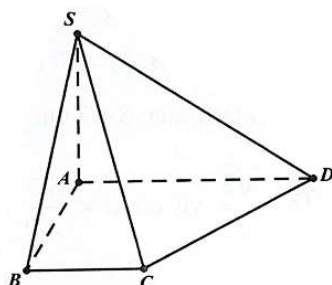
Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng đáy $2a$, đường cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính $\tan \varphi$ của góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.



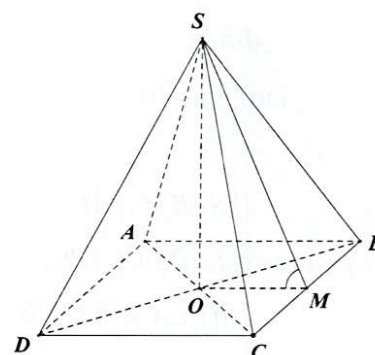
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) .



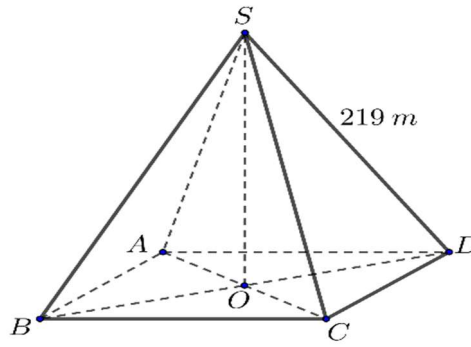
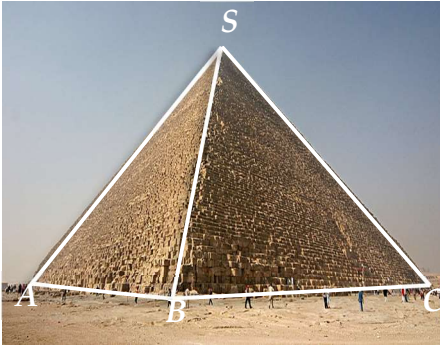
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , $AB = BC = a$; $AD = 2AB$ và hai mặt bên (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính tang của góc φ giữa (SBC) và $(ABCD)$.



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.



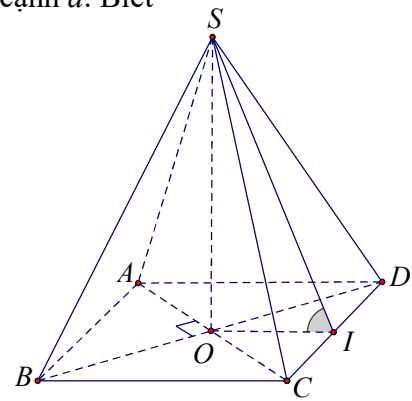
Câu 5.: Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng $230m$, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng $219m$ (kích thước hiện nay). Kim tự tháp Cheops được mô phỏng bởi hình chóp $S.ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD như hình bên dưới. (Theo *britannica.com*). Khi đó, Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là a° . Tìm a



Phần IV. Tự luận

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Biết $SA = SB = SC = SD$.

- Chứng minh $(SAC) \perp (ABCD)$.
- Gọi I là trung điểm của CD . Chứng minh $(SCD) \perp (SOI)$.
- Biết $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xác định và tính góc giữa mặt bên và đáy.



Hướng dẫn:

a) Chứng minh $(ABCD) \perp (SBD)$.

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$$

+ Do $AC \subset (ABCD) \Rightarrow (ABCD) \perp (SBD)$.

b) Chứng minh $(SCD) \perp (SOI)$.

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI), \quad + \text{Do } CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SOI).$$

c) Xác định và tính góc giữa mặt bên và đáy.

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ OI \subset (ABCD), SI \subset (SCD) \Rightarrow \widehat{((SCD), (ABCD))} = \widehat{SIO} \\ OI \perp CD, SI \perp CD \end{cases}$$

$$+ \Delta SOI \text{ vuông tại } O, \text{ có } SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}, OI = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ.$$

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{a}{2}$.

- Chứng minh $(SBD) \perp (SAC)$.
- Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.
- Xác định và tính góc giữa SD và BC .
- Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB và SE . Chứng minh $AF \perp SD$.

Hướng dẫn

- a)** Chứng minh $(SBD) \perp (SAC)$.

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$+ \text{Do } BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC).$$

- b)** Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ AO \subset (ABCD), SO \subset (SBD) \Rightarrow \widehat{((SBD), (ABCD))} = \widehat{SOA} \\ AO \perp BD, SO \perp BD \end{cases}$$

$$+ \Delta SAO \text{ vuông tại } A, \text{ có } SA = \frac{a}{2}, OA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ Suy ra } \widehat{SOA} = 30^\circ$$

- c)** Xác định và tính góc giữa SD và BC .

$$+ \text{Ta có } BC \parallel AD \text{ suy ra } \widehat{(BC, SD)} = \widehat{(AD, SD)} = \widehat{SDA}$$

$$+ \Delta SAD \text{ vuông tại } A, \text{ có } SA = \frac{a}{2}, AD = a \Rightarrow \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{1}{2} \text{ Suy ra } \widehat{SDA} \approx 26^\circ 33'$$

- d)** Chứng minh $AF \perp SD$.

$$+ \text{Ta có } \Delta SAE \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow AF \perp SE \quad + \text{Ta có } \Delta ABD \text{ đều} \Rightarrow DE \perp AB$$

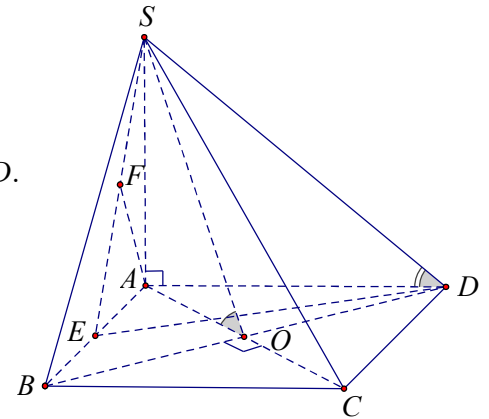
$$+ \text{Ta có } \begin{cases} DE \perp SA \\ DE \perp AB \end{cases} \Rightarrow DE \perp (SAB) \Rightarrow DE \perp AF.$$

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} AF \perp SE \\ AF \perp DE \end{cases} \Rightarrow AF \perp (SED) \Rightarrow AF \perp SD. \text{ Từ (1) và (2) suy ra } AF \perp (SDE)$$

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi O là tâm của đáy và

$$SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Tính góc giữa mặt bên và đáy.}$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O . Biết $SO \perp (ABCD)$. Chứng minh $BD \perp (SAC)$, $AC \perp (SBD)$.



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của AB .

- a) Chứng minh $SI \perp (ABCD)$. b) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Biết $SA = SB = SC = SD$. Chứng minh:

- a) $(SAC) \perp (ABCD)$. b) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.
c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BA, BC . Chứng minh $IK \perp SD$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , biết $AD = CD = \frac{AB}{2} = a$.

Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Chứng minh

- a) $(SAB) \perp (ABCD)$. b) $DC \perp (SAD)$.